

Devoir Surveillé n°3

Correction

Troisième

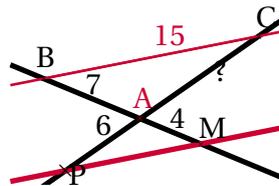
Thalès

Durée 1 heure - Coeff. 4

Noté sur 20 points

Exercice 1. Application directe du cours

2 points



- **Données**

- Les points A, M, B et A, P, C sont alignés sur deux droites sécantes en A;
- Les droites (BC) et (MP) sont parallèles.

- **Le théorème**

Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AC} = \frac{MP}{BC}$$

Puis en remplaçant par les valeurs

$$\frac{4}{7} = \frac{6}{AC} = \frac{MP}{15}$$

- **Calcul de AC :**

$$\frac{4}{7} = \frac{6}{AC} \quad \Rightarrow \quad AC = \frac{7 \times 6}{4}$$

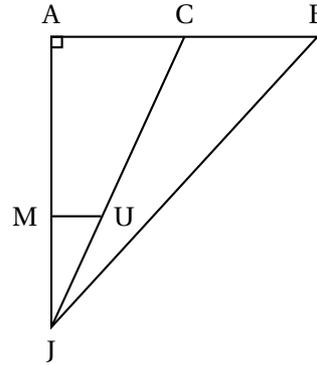
par produit en croix

$$AC = \frac{42}{4} = 10,5 \text{ cm}$$

Exercice 2. Dans un triangle**6 points**

On considère la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle.

- Le triangle JAB est rectangle en A.
- Les droites (MU) et (AB) sont parallèles.
- Les points A, M et J sont alignés.
- Les points C, U et J sont alignés.
- Les points A, C et B sont alignés.
- $AB = 7,5$ m.
- $MU = 3$ m.
- $JM = 10$ m.
- $JB = 19,5$ m.

**1. [2 points] Calculer la longueur AJ.**

Dans le triangle JAB rectangle en A , d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} JB^2 &= AJ^2 + AB^2 \\ 19,5^2 &= AJ^2 + 7,5^2 \\ AJ^2 &= 19,5^2 - 7,5^2 \\ AJ^2 &= 380,25 - 56,25 \\ AJ^2 &= 324 \end{aligned}$$

Or AJ est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} AJ &= \sqrt{324} \\ AJ &= \underline{18 \text{ m}} \end{aligned}$$

2. [2 points] Montrer que la longueur AC est égale à 5,4 m.

Dans le triangle JAC , les droites (MU) et (AC) sont parallèles, J, M et A sont alignés dans cet ordre, J, U et C sont alignés dans cet ordre : on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{JM}{JA} = \frac{JU}{JC} = \frac{MU}{AC}$$

En particulier

$$\frac{JM}{JA} = \frac{MU}{AC} \iff \frac{10}{18} = \frac{3}{AC}$$

soit

$$\boxed{AC = \frac{3 \times 18}{10} = 5,4 \text{ m}}$$

3. [1 point] Calculer l'aire du triangle JCB.

L'aire du triangle JCB est égale à :

$$\mathcal{A}(JCB) = \frac{CB \times AJ}{2}$$

Or puisque le point C appartient au segment $[AB]$ on a : $CB = AB - AC = 7,5 - 5,4 = 2,1$ m.

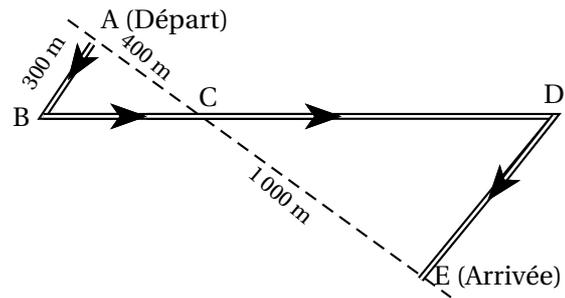
Donc :

$$\mathcal{A}(JCB) = \frac{2,1 \times 18}{2} = \underline{18,9 \text{ m}^2}$$

Exercice 3. Le parcours (Métropole 2012)**6 points**

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-contre. On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.



Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

- Longueur BC : [2 points]

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ BC^2 &= 300^2 + 400^2 \\ BC^2 &= 90000 + 160000 \\ BC^2 &= 250000 \end{aligned}$$

Or BC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{250000} \\ BC &= \underline{500 \text{ m}} \end{aligned}$$

- Longueurs CD et DE : [3 points]

Les droites (AE) et (BD) se coupent en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles. Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{BA}{DE} \iff \frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} = \frac{300}{DE}$$

- Calculons CD :

$$\frac{500}{CD} = \frac{400}{1000} \iff CD = \frac{1000 \times 500}{400} = \underline{1250 \text{ m}}$$

- Calculons DE :

$$\frac{400}{1000} = \frac{300}{DE} \iff DE = \frac{1000 \times 300}{400} = \underline{750 \text{ m}}$$

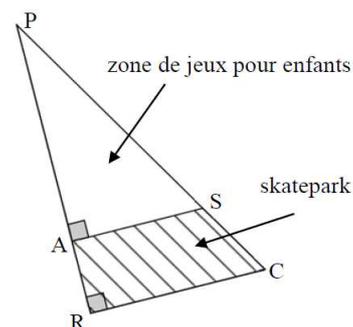
- Longueur ABCDE : [1 point]

$$\ell(ABCDE) = AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750 = \underline{2800 \text{ m}}$$

Exercice 4. Hauteur d'un cocotier**5 points**

La figure PRC ci-contre représente un terrain appartenant à une commune. Les points P, A et R sont alignés. Les points P, S et C sont alignés. Il est prévu d'aménager sur ce terrain : une « zone de jeux pour enfants » sur la partie PAS ; un « skatepark » sur la partie RASC. On connaît les dimensions suivantes :

$$PA = 30 \text{ m} ; AR = 10 \text{ m} ; AS = 18 \text{ m}.$$



1. [2 points] La commune souhaite semer du gazon sur la « zone de jeux pour enfants ». Elle décide d'acheter des sacs de 5 kg de mélange de graines pour gazon à 13,90 euros l'unité. Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m^2 . Quel budget doit prévoir cette commune pour pouvoir semer du gazon sur la totalité de la « zone de jeux pour enfants » ?

- La zone pour enfants est le triangle PAS rectangle en A, donc son aire est :

$$\mathcal{A}_{(PAS)} = \frac{AP \times AS}{2} = \frac{30 \times 18}{2} = \underline{270 \text{ m}^2}$$

- Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m^2 . Par division euclidienne on obtient :

$$270 = 140 \times 1 + 130$$

Il convient donc d'acheter deux sacs, qui permettent de couvrir environ 280 m^2 .

- Les sacs de 5 kg de mélange de graines pour gazon coûtent 13,90 euros l'unité et il en faut deux. Le budget à prévoir par cette commune pour pouvoir semer du gazon sur la totalité de la « zone de jeux pour enfants » est donc de :

$$\boxed{2 \times 13,9 \text{ €} = 27,8 \text{ €}}$$

2. [3 points] Calculer l'aire du « skatepark ».

L'aire du skatepark peut s'obtenir, soit en effectuant la différence entre l'aire du triangle rectangle PRC avec celle du triangle PAS calculée lors de la question (1.), soit en utilisant la formule de l'aire d'un trapèze. Dans les deux cas, il nous manque RC .

- Calculons RC .

Les droites (AS) et (RC) sont perpendiculaires à la droite (PR) , elles sont donc parallèles entre elles.

- Données : $\left\{ \begin{array}{l} \square \text{ Les points } P, A, R \text{ et } P, S, C \text{ sont alignés sur deux droites sécantes en } P; \\ \square \text{ Les droites } (AS) \text{ et } (RC) \text{ sont } \underline{\text{parallèles}}. \end{array} \right.$

- Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{PA}{PR} = \frac{PS}{PC} = \frac{AS}{RC}$$

Puis en remplaçant par les valeurs

$$\frac{30}{30+10} = \frac{PS}{PC} = \frac{18}{RC}$$

On a donc

$$\frac{30}{40} = \frac{18}{RC} \iff RC = \frac{40 \times 18}{30} = \underline{24 \text{ m}}$$

- Méthode 1.

On a alors l'aire du triangle rectangle PRC :

$$\mathcal{A}_{(PRC)} = \frac{PR \times PC}{2} = \frac{40 \times 24}{2} = \underline{480 \text{ m}^2}$$

Et donc l'aire du skatepark est :

$$\boxed{\mathcal{A}_{(ASCR)} = \mathcal{A}_{(PRC)} - \mathcal{A}_{(PAS)} = 480 - 270 = \underline{210 \text{ m}^2}}$$

- Méthode 2.

Si on connaissait la formule donnant l'aire d'un trapèze rectangle on obtenait alors directement :

$$\mathcal{A}_{(ASCR)} = \text{hauteur} \times \frac{(\text{petite base} + \text{grande})}{2} = AR \times \frac{(AS + RC)}{2} = 10 \times \frac{18 + 24}{2} = \underline{210 \text{ m}^2}$$

∞ Fin du devoir ∞