Devoir Surveillé n°1
Correction

Troisième
Arithmétique et fractions
Durée 1 heure - Coeff. 4
Noté sur 20 points

Exercice 1. Vrai ou faux — 4 points

1. **Affirmation 1** : **La somme de deux nombre premiers est toujours un nombre premier.**
   Cette affirmation est fausse car par exemple la somme des deux entiers premiers 3 et 5 donne 8 qui est divisible par 1, 2, 4 et 8 et n'est donc pas premier.

2. **Affirmation 2** : **L'entier 111 est un nombre premier.**
   L'entier 111 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres vaut 3. On a $111 = 3 \times 37$, donc l'affirmation 2 est fausse puisque 111 n'est pas premier.

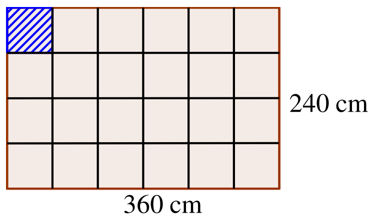
3. **Affirmation 3** : **15 est un multiple de 30**.
   L'affirmation 3 est fausse car c'est 30 qui est multiple de 15.

4. **Affirmation 4** : **Les nombres impairs sont des nombres premiers.**
   L'affirmation 4 est fausse car l'entier 15 est impair mais n'est pas premier.

Exercice 2. — 5 points

Un panneau mural a pour dimensions 240 cm et 360 cm. On souhaite le recouvrir avec des carreaux de forme carrée, tous de même taille, posés bord à bord sans jointure.

1. **[1 pt] Donnez les dimensions des carreaux carrés ainsi que le nombre de carreaux utilisés ici.**



- On a 4 carreaux sur la largeur donc la dimension du côté du carré est : $240 \text{ cm} \div 4 = \underline{60 \text{ cm}}$.
  On aurait aussi pu raisonner sur la longueur.
  On a 6 carreaux sur la longueur donc la dimension du côté du carré est : $360 \text{ cm} \div 6 = \underline{60 \text{ cm}}$.
- Il y a 4 carreaux sur la largeur et 6 en longueur donc le nombre total de carreaux utilisés est : $\underline{4 \times 6 = 24}$

2. **[2 pts] Peut-on utiliser des carreaux de : 10 cm de côté ? 14 cm de côté ? 15 cm de côté ?**
   La dimension des carreaux doit être un diviseur commun de 240 et 360.

- L'entier 10 divise 240 et 360 car :
  $$240 = 10 \times 24 \text{ et } 360 = 10 \times 36$$
  Donc on peut utiliser des carreaux de côté 10 cm.
- L'entier 14 ne divise pas 240 donc on ne peut pas utiliser des carreaux de côté 14 cm.
  $$240 = 14 \times 17 + 2$$
- L'entier 15 divise 240 et 360 donc on peut utiliser des carreaux de côté 15 cm.
  $$240 = 15 \times 16 \text{ et } 360 = 15 \times 24$$

3. **[2 pts] On choisit des carreaux de 15 cm de côté. On pose une rangée de carreaux bleus sur le pourtour et des carreaux blancs ailleurs. Combien de carreaux bleus va-t-on utiliser ?**
   Par division euclidienne on a vu que :
   $$240 = 15 \times 16 \text{ et } 360 = 15 \times 24$$
   Don on aura 24 carreaux sur la longueur et 16 en largeur. Sur le pourtour en longueur on aura donc : $24 \times 2 = 48$ carreaux bleus. Puis sur les largeurs, on aura $16 \times 2 = 2$ carreaux bleus mais 4 carreaux (ceux des coins) ont déjà été comptés sur la longueur. Au total on aura donc : $\underline{48 + 32 - 4 = 76 \text{ carreaux bleus sur le contour}}$.

Exercice 3. 8 points

1. Décompositions

1. a. [2 pts] Effectuer la décomposition en facteurs premiers des entiers 2 622 et 2 530.

$$\boxed{2\,622 = 2 \times 3 \times 19 \times 23} \text{ et } \boxed{2\,530 = 2 \times 5 \times 11 \times 23}$$

1. b. [2 pts] En déduire le plus grand diviseur commun de 2 622 et 2 530.

$$\begin{cases} 2\,622 & = 2 \times 3 \times 19 \times 23 \\ 2\,530 & = 2 \times 5 \times 11 \times 23 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2\,622 & = (2 \times 23) \times 3 \times 19 = (46) \times 57 \\ 2\,530 & = (2 \times 23) \times 5 \times 11 = (46) \times 55 \end{cases}$$

Le plus grand diviseur commun de **2 622 et 2 530 est donc 46**.

1. c. [1 pt] Rendre irréductible la fraction $\dfrac{2\,622}{2\,530}$.

$$\frac{2\,622}{2\,530} = \frac{46 \times 57}{46 \times 55} = \boxed{\frac{57}{55}}$$

2. Un petit problème

Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 oeufs de Pâques et 2 530 poissons en chocolat. Il souhaite vendre des assortiments d'oeufs et de poissons de façon que : tous les paquets aient la même composition ; après mise en paquet, il reste ni oeufs, ni poissons.

2. a. [1 point] Le chocolatier peut-il faire 19 paquets ? Justifier.

Le nombre de paquets doit être un diviseur commun de 2 622 et 2 530, or on a :

$$2622 = 19 \times 138 \quad \text{et} \quad 2530 = 19 \times 133 + 3$$

L'entier 19 n'est donc pas un diviseur commun de 2 622 et 2 530.
Ce qui veut dire que l'on ne pas répartir les 2 530 poissons dans 19 paquets, il en reste 3.

2. b. [2 points] Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Quelle sera la composition de chaque paquet ?

- **[0.5 point]** Le nombre de paquets qu'il peut réaliser est un diviseur commun à 2 622 et à 2 530. Puisque l'on cherche le plus grand, c'est donc leur PGCD.
- **[0.5 point]** On a déjà prouvé que le plus grand diviseur commun de 2 622 et 2 530 est donc 46 donc le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser est 46.
- **[1 point]** On a : $\dfrac{2\,622}{46} = 57$ et $\dfrac{2\,530}{46} = 55$ Dans chacun des <u>46 paquets</u> il y aura <u>57 œufs</u> et <u>55 poissons</u>.

Exercice 4. Un problème de Bus 2 points

Deux bus A et B partent en même temps du terminal à 6h du matin. le bus A part toutes les 36 min du terminus et le bus B part toutes les 48 min. A quelle heure les deux bus partiront de nouveau en même temps pour la première fois ?

Méthode 1 : On peut lister les multiples de 36 et de 48 :

Multiples de 36	Multiples de 48
36	48
72	96
108	**144**
144	192

Le plus petit multiple commun est donc 144, les deux bus partiront de nouveau en même temps pour la première fois après 144 min soit après 2h et 24 min. C'est donc à 8h 24 min que les deux bus partiront ensemble.

$$144 = 60 \times 2 + 24$$

Méthode 2 : On peut aussi chercher directement le PPCM des deux entiers à l'aide de la méthode du cours.

$$\begin{cases} 36 & = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 486 & = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 36 & = (2 \times 2 \times 3) \times 3 = (12) \times 3 \\ 48 & = (2 \times 2 \times 3) \times 4 = (12) \times 4 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 36 \times 4 & = \underbrace{\Big((12) \times 3\Big)}_{36} \times 4 \\ 48 \times 3 & = \underbrace{\Big((12) \times 4\Big)}_{48} \times 3 \end{cases}$$

$$\boxed{PPCM = \underbrace{(12)}_{PGCD} \times 4 \times 3 = 144}$$