الثانوية التأهيلية سيدي محمد بن عبد الله
نيابة تنغير

تصحيح الامتحان الموحد المحلي
لأقسام الثالثة إعدادي
دورة يناير 2013

المـــــادة : **الرياضيات**	مدة الإنجاز : **ساعتان**	المعـــامل : **1**

التمرين الأول :

(1 أحسب وأبسط:

$$A=\sqrt{2\sqrt{6+\sqrt{9}}}-\frac{\sqrt{5}}{2}\times\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{5}}=\sqrt{2\sqrt{6+3}}-\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{2}\times\frac{\sqrt{4\times6}}{\cancel{\sqrt{5}}}=\sqrt{2\sqrt{9}}-\frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{2}\sqrt{6}$$
$$=\sqrt{2\times3}-\sqrt{6}=\sqrt{6}-\sqrt{6}=0$$

$$B=\sqrt{\sqrt{150}-\sqrt{101}}\times\sqrt{\sqrt{150}+\sqrt{101}}$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt{150}-\sqrt{101}\right)\sqrt{150}+\sqrt{101}}=\sqrt{\sqrt{150}^2-\sqrt{101}^2}=\sqrt{150-101}=\sqrt{49}=7$$

(2 الشمس هي النجم المركزي للمجموعة الشمسية ، وهي شبه كروية الشكل شعاعها R يقدر بحوالي 7×10^5Km .

أحسب حجم الشمس وأعط النتيجة كتابة علمية بالمتر المكعب (نعطي: $V=\frac{4}{3}\times\pi\times R^3$ و نأخذ: $\pi\cong\frac{22}{7}$)

$$V=\frac{4}{3}\times\pi\times R^2=\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\left(7\times10^5\right)^3Km^3$$
$$=\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times7\times49\times10^{15}Km^3$$
$$=\frac{4}{3}\times\frac{22}{\cancel{7}}\times\cancel{7}\times49\times10^{15}Km^3=\frac{88}{3}\times49\times10^{15}Km^3$$
$$\cong1437{,}33\times10^{15}\times10^9m^3\cong1{,}43\times10^{27}m^3$$

(3 أحذف الجذر المربع من مقامي العددين:

$$X=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}^2-1^2}=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$$

$$Y=\frac{3\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{3\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}=\frac{3\left(\sqrt{5}^2-2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}^2\right)}{\sqrt{5}^2-\sqrt{2}^2}=\frac{3\left(5-2\sqrt{10}+2\right)}{5-2}=\frac{\cancel{3}\left(7-2\sqrt{10}\right)}{\cancel{3}}=7-2\sqrt{10}$$

(4 x عدد حقيقي. نعتبر التعبير : $G=(x+1)^2-8(x+1)$

أ) أتحقق أن: $G=x^2-6x-7$

$$G=(x+1)^2-8(x+1)$$
$$=x^2+2x+1-8x-8$$
$$=x^2+2x-8x+1-8$$
$$=x^2-6x-7$$

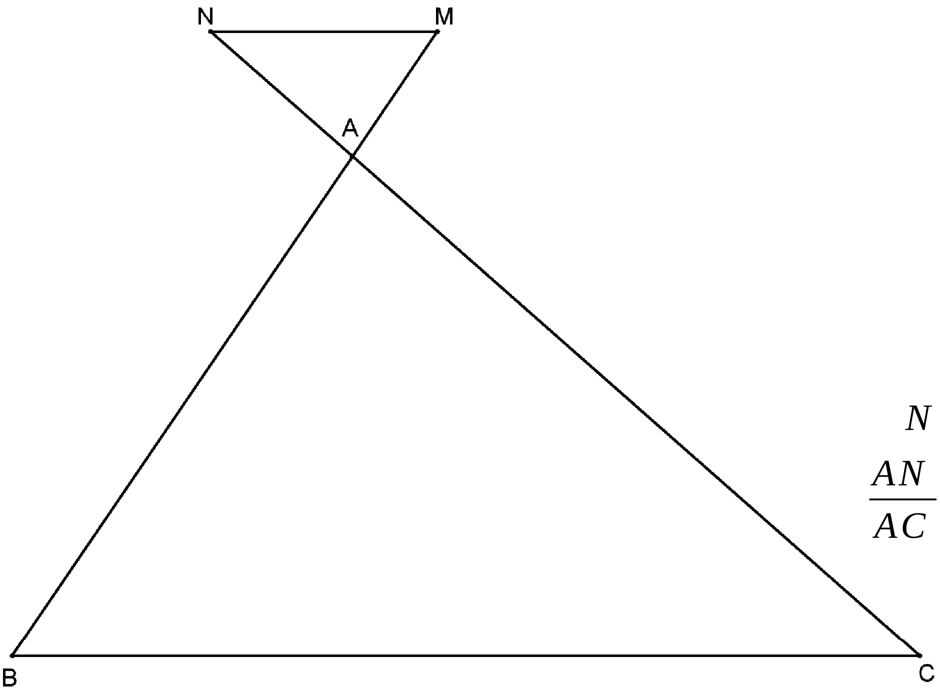
ب) أعمل التعبير G.

$$G=(x+1)^2-8(x+1)$$
$$=(x+1)(x+1)-8(x+1)$$
$$=(x+1)(x+1-8)$$
$$=(x+1)(x-7)$$

التمرين الثاني:

ABC مثلث بحيث: $BC = 12cm$ و $AB = 8cm$ و $AC = 10cm$. M نقطة من (AB) لا تنتمي إلى القطعة $[AB]$ و N نقطة من (AC) لا تنتمي إلى القطعة $[AC]$ بحيث: $AM = 2cm$ و $AN = 2,5cm$.

1) أتمم الشكل.



2) بين أن: $(MN) \parallel (BC)$.

لدينا: $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$

و $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{2,5}{10} = \frac{1}{4}$

إذن $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

وبما أن النقط A و B و M هي في نفس ترتيب النقط A و C و N

فإنه حسب مبرهنة طاليس العكسية $(BC) \parallel (MN)$.

3) أحسب MN.

لدينا: $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ حيث $(MN) \parallel (BC)$

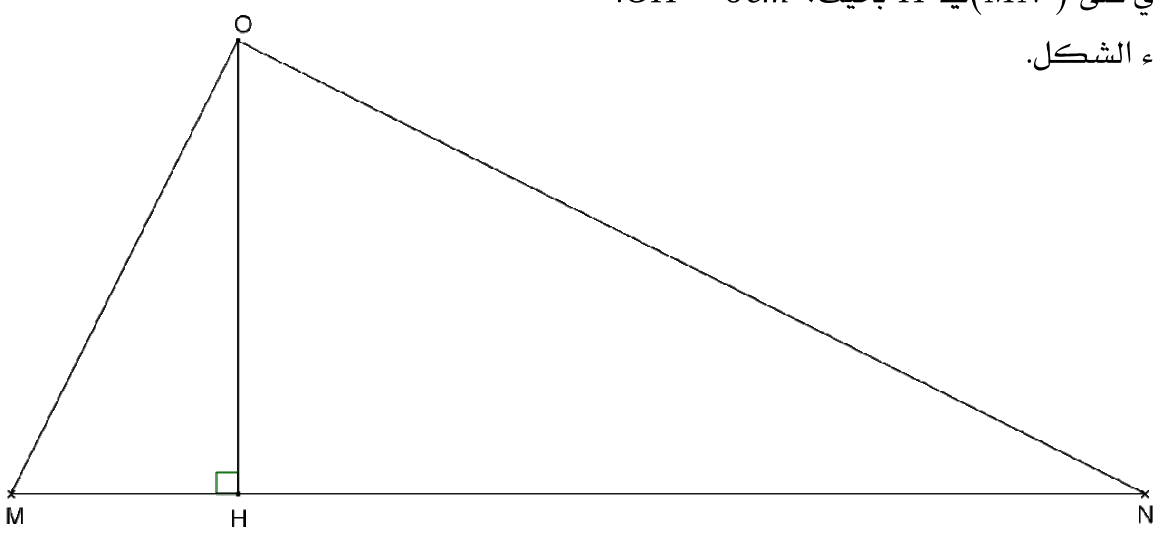
إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

ومنه $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{4}$ يعني $\frac{MN}{12} = \frac{1}{4}$ يعني $MN = \frac{1}{4} \times 12$ وبالتالي $MN = 3cm$

التمرين الثالث:

M و N نقطتان بحيث: $MN = 15cm$ و H نقطة من القطعة $[MN]$ بحيث: $MH = 3cm$ و O نقطة من المستقيم العمودي على (MN) في H بحيث: $OH = 6cm$.

1) أتمم إنشاء الشكل.



2) بين أن. $OM=3\sqrt{5}$ و $ON=6\sqrt{5}$.

✍ لدينا حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة في المثلث OHM القائم الزاوية في H :

$$OM^2=OH^2+HM^2$$
$$=6^2+3^2$$
$$=36+9=45$$

إذن $OM=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

✍ لدينا حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة في المثلث OHN القائم الزاوية في H :

$$ON^2=OH^2+HN^2$$
$$=6^2+12^2$$
$$=36+144=180$$

إذن $ON=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$

3) أبين أن المثلث OMN قائم الزاوية.

لدينا طول أكبر ضلع في المثلث OMN هو: $MN=15$ و $MN^2=15^2=225$

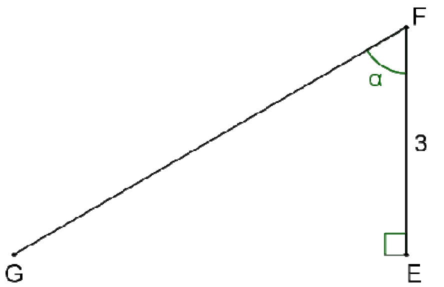
و $OM^2+ON^2=\left(3\sqrt{5}\right)^2+\left(6\sqrt{5}\right)^2=45+180=225$

إذن $MN^2=OM^2+ON^2$

ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث OMN قائم الزاوية. في O.

التمرين الرابع:

الشكل أسفله يمثل مثلثا EFG قائم الزاوية في E بحيث: $EF=3cm$ و $\tan\alpha=\sqrt{3}$.



1) أحسب: EG (دون استعمال المسطرة)

لدينا $\tan\alpha=\dfrac{EG}{EF}$ يعني $\dfrac{EG}{EF}=\sqrt{3}$

يعني $EG=EF\sqrt{3}$

ومنه $EG=3\sqrt{3}$

2) ليكن β قياس زاوية حادة غير منعدمة. أحسب:

تذكير:
الزاويتان β و $\left(90^\circ-\beta\right)$ متتامتان، إذن:
$\cos\left(90^\circ-\beta\right)=\sin\beta$ و $\sin\left(90^\circ-\beta\right)=\cos\beta$

$$Z=\sin^2\left(90^\circ-\beta\right)+\cos\beta\times\cos\left(90^\circ-\beta\right)\times\tan\beta+1$$
$$=\cos^2\beta+\cos\beta\times\sin\beta\times\tan\beta+1$$
$$=\cos^2\beta+\cancel{\cos\beta}\times\sin\beta\times\frac{\sin\beta}{\cancel{\cos\beta}}+1=\cos^2\beta+\sin^2\beta+1=1+1=2$$

التمرين الخامس:

1) a و b عددان حقيقيان بحيث: $a-1=b+1$. قارن العددين : a و b .

لدينا: $a-1=b+1$ يعني $a-b=1+1$ يعني $a-b=2$ إذن $a-b>0$ وبالتالي $a>b$

2) x و y عددان حقيقيان بحيث: $2\le x\le 3$ و $-6\le y\le -5$.

أوجد تأطيرا لكل من الأعداد : $x+y$ و $x-y$ و $\dfrac{x}{x-y}$.

لدينا: $2\le x\le 3$ و $-6\le y\le -5$ إذن $2+(-6)\le x+y\le 3+(-5)$ ومنه $-4\le x+y\le -2$

لدينا: $2\le x\le 3$ و $-6\le y\le -5$ إذن $5\le -y\le 6$ ومنه $2+5\le x+(-y)\le 3+6$

وبالتالي $7\le x-y\le 9$

لدينا: $7 \le x - y \le 9$ يعني $\frac{1}{9} \le \frac{1}{x-y} \le \frac{1}{7}$. و $2 \le x \le 3$.

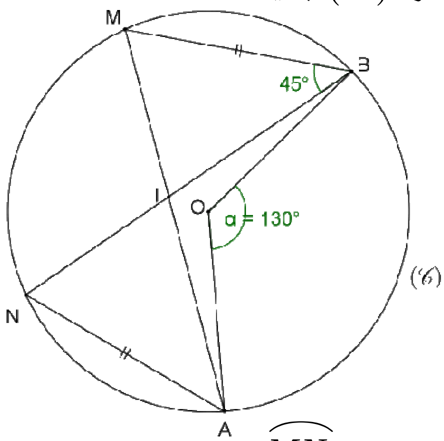
وبما أن الأعداد x و $\frac{1}{x-y}$ و $\frac{1}{9}$ و $\frac{1}{7}$ و 2 و 3 موجبة فإن $2 \times \frac{1}{9} \le \frac{x}{x-y} \le 3 \times \frac{1}{7}$

وبالتالي $\frac{2}{9} \le \frac{x}{x-y} \le \frac{3}{7}$

التمرين السادس:

في الشكل جانبه، $(\mathscr{C})$ دائرة مركزها O. A و B و M و N نقط على الدائرة $(\mathscr{C})$ بحيث:

$\widehat{MBN} = 45^\circ$ و $\widehat{AOB} = 130^\circ$ و $AN = BM$



1) أ- أحسب قياس كل من الزاويتين $\widehat{AMB}$ و $\widehat{MAN}$.

✍ لدينا $\widehat{AMB}$ زاوية محيطية في الدائرة $(\mathscr{C})$ والزاوية المركزية

المرتبطة بها هي $\widehat{AOB}$ إذن: $\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AOB}}{2}$

ومنه $\widehat{AMB} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$

✍ لدينا $\widehat{MAN}$ و $\widehat{MBN}$ زاويتان محيطيتان في الدائرة $(\mathscr{C})$ وتحصران نفس القوس $\widehat{MN}$

أذن $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$ ومنه $\widehat{MAN} = 45^\circ$

ب- بين أن $(OM) \perp (ON)$:

لدينا $\widehat{MBN}$ زاوية محيطية في الدائرة $(\mathscr{C})$ والزاوية المركزية المرتبطة بها هي $\widehat{MON}$.

إذن: $\widehat{MBN} = \frac{\widehat{MON}}{2}$ يعني $\widehat{MON} = 2 \times \widehat{MBN}$ ومنه $\widehat{MON} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

وبالتالي $(OM) \perp (ON)$.

2) لتكن I نقطة تقاطع المستقيمين (AM) و (BN)

أ) بين أن المثلثين IBM و IAN متقايسان.

لدينا $\widehat{MAN}$ و $\widehat{MBN}$ زاويتان محيطيتان في الدائرة $(\mathscr{C})$ وتحصران نفس القوس $\widehat{MN}$

أذن $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$ يعني $\widehat{IAN} = \widehat{IBM}$

ولدينا $\widehat{AMB}$ و $\widehat{ANB}$ زاويتان محيطيتان في الدائرة $(\mathscr{C})$ وتحصران نفس القوس $\widehat{AB}$

أذن $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$ يعني $\widehat{INA} = \widehat{IMB}$.

ولدينا $AN = BM$ إذن حسب الحالة الثانية لتقايس مثلثين فإن IBM و IAN متقايسان.

ب) استنتج أن المثلثين AMN و BMN متقايسان.

لدينا: المثلثان IBM و IAN متقايسان،

إذن أضلاعهما المتناظرة متقايسة ،

أي $IA = IB$ و $IM = IN$

ومنه $AM = BN$

وبما أن $AN = BM$ و $[MN]$ ضلع مشترك بين المثلثين AMN و BMN، فإنه حسب الحالة الأولى لتقايس مثلثين AMN و BMN متقايسان.

ذ. لحسن شكير