

المادة : الرياضيات
مدة الإجابة : ساعتان
المعامل : 1

الامتحان الموحد العلوي
للسنة الثالثة ثانوي إعدادي
لمدة يناير 2012
التصحيح

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي
وتكوين الأخص والبيحة العلمة
قصر التعليم المدرسي
بجدة والحد الكهف لكويرة
بنيابة والحد الكهف
ثانوية النصر الإعدادية
الكاظمة

من إجازة الأمتاء على الغفور

سلم التنقيط

التمرين الأول : (8.5 نقط)
1) التبسيط:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{99} - 2\sqrt{44} + \sqrt{11} \\ &= \sqrt{3^2 \times 11} - 2\sqrt{2^2 \times 11} + \sqrt{11} \\ &= 3\sqrt{11} - 2 \times 2\sqrt{11} + \sqrt{11} \\ &= 3\sqrt{11} - 4\sqrt{11} + \sqrt{11} \\ &= (3 - 4 + 1)\sqrt{11} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{5\sqrt{16} + 5} \\ &= \sqrt{5\sqrt{4^2} + 5} \\ &= \sqrt{5 \times 4 + 5} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

1 + 1

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \quad ; ; \quad \frac{3}{\sqrt{7}}$$

2) حذف الجذر المربع من مقام العددين التاليين :

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} &= \frac{2\sqrt{3} \times (\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1) \times (\sqrt{3}+1)} \\ &= \frac{2\sqrt{3} \times (\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}^2 - 1^2} \\ &= \frac{2\sqrt{3} \times (\sqrt{3}+1)}{3-1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} \times (\sqrt{3}+1)}{2} \\ &= \sqrt{3}^2 + \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{\sqrt{7}} &= \frac{3 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \\ &= \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{7}^2} \\ &= \frac{3\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

1 + 0,5

3. حساب : $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ و استنتاج حساب : $\sqrt{5+2\sqrt{6}} \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

❖ استنتاج حساب : $\sqrt{5+2\sqrt{6}} \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

حسب السؤال السابق لدينا : $5 + 2\sqrt{6} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

يعني أن $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

إذن $\sqrt{5+2\sqrt{6}} \times (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{5+2\sqrt{6}} \times \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

$$= (\sqrt{5+2\sqrt{6}})^2$$

$$= 5 + 2\sqrt{6}$$

إذن

حساب : $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2$$

$$= 3 + 2\sqrt{6} + 2$$

$$= 5 + 2\sqrt{6}$$

1 + 0,5

4. عمل مايلي : $E = 3x(\sqrt{2} - y) + \sqrt{2}x - xy$; $F = 5x^2 - 8x\sqrt{5} + 16$

<p>لنعمل : $F = 5x^2 - 8x\sqrt{5} + 16$</p> $F = 5x^2 - 8x\sqrt{5} + 16$ $= \sqrt{5}^2 x^2 - 2 \times \sqrt{5}x \times 4 + 4^2$ $= (\sqrt{5}x - 4)^2$	<p>لنعمل : $E = 3x(\sqrt{2} - y) + \sqrt{2}x - xy$</p> $E = 3x(\sqrt{2} - y) + \sqrt{2}x - xy$ $= 3x(\sqrt{2} - y) + x(\sqrt{2} - y)$ $= (\sqrt{2} - y)(3x + x)$ $= 4x(\sqrt{2} - y)$
--	--

1 + 1

5. بسط : $H = \frac{2^{13} \times 10^{-5} \times 5^{13}}{(100)^4}$; $G = \frac{(a^{-2})^2 \times b^9 \times c^6}{(ab)^{-4} \times (b^{-1}c)^5}$

$H = \frac{2^{13} \times 10^{-5} \times 5^{13}}{(100)^4}$ $= \frac{2^{13} \times 10^{-5} \times 5^{13}}{(10^2)^4}$ $= \frac{2^{13} \times 5^{13} \times 10^{-5}}{10^8}$ $= \frac{(2 \times 5)^{13} \times 10^{-5}}{10^8}$ $= \frac{(10)^{13} \times 10^{-5}}{10^8}$ $= \frac{10^8}{10^8} = 1$	$G = \frac{(a^{-2})^2 \times b^9 \times c^6}{(ab)^{-4} \times (b^{-1}c)^5}$ $= \frac{a^{-4} \times b^9 \times c^6}{a^{-4} \times b^{-4} \times b^{-5} c^5}$ $= \frac{a^{-4}}{a^{-4}} \times \frac{b^9}{b^{-4} \times b^{-5}} \times \frac{c^6}{c^5}$ $= 1 \times \frac{b^9}{b^{-9}} \times c^{6-5}$ $= b^{9-(-9)} \times c$ $= b^{18}c$
---	---

0,5 + 0,5

6. تحديد الكتابة العلمية للعدد : $P = 0,00047 \times 10^{14}$

$$P = 0,00047 \times 10^{14} = 4.7 \times 10^{-4} \times 10^{14}$$

$$= 4.7 \times 10^{10}$$

0,5

التمرين الثاني: (2.5 نقط)

1. قارن العددين : $2\sqrt{11}$ و $3\sqrt{5}$

لدينا $(3\sqrt{5})^2 = 45$ و $(2\sqrt{11})^2 = 44$

بمأن $44 < 45$ فإن $2\sqrt{11} < 3\sqrt{5}$

2. a و b عدنان حقيقيين بحيث : $5 \leq a \leq 7$ و $-4 \leq b \leq -3$

لنأظر ماييلي : $a+b$; $a-2b$; $\frac{b}{a}$

تأطير $\frac{b}{a}$:	تأطير $a-2b$:	تأطير $a+b$:
<p>لدينا: $3 \leq -b \leq 4$</p> <p>و $\frac{1}{7} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{1}{5}$</p> <p>$\frac{1}{7} \times 3 \leq \frac{-b}{a} \leq \frac{1}{5} \times 4$</p> <p>$\frac{3}{7} \leq \frac{-b}{a} \leq \frac{4}{5}$</p> <p>إذن $-\frac{4}{5} \leq \frac{b}{a} \leq -\frac{3}{7}$</p>	<p>لدينا: $3 \leq -b \leq 4$</p> <p>و $6 \leq -2b \leq 8$</p> <p>$5+6 \leq a+(-2b) \leq 7+8$</p> <p>إذن: $11 \leq a-2b \leq 15$</p>	<p>$5+(-4) \leq a+b \leq 7+(-3)$</p> <p>$1 \leq a+b \leq 4$</p> <p>$1 \leq a+b \leq 4$</p>

1

0,5+0,5+0,5

التمرين الثالث: (5 نقط)

EFG مثلث بحيث : $EF=3$; $FG=2$; $EG=\sqrt{5}$

1. طبيعة المثلث EFG :

بمأن $EF^2 = 3^2 = 9$ و $FG^2 + EG^2 = 2^2 + \sqrt{5}^2 = 4+5=9$

$FG^2 + EG^2 = EF^2$

إذن :

وبالتالي حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث EFG قائم الزاوية في G

2. H المسقط للنقطة G على (EF) حيث : $GH = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

• حساب EH :

لدينا المثلث EFG قائم الزاوية في G

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$EG^2 = EH^2 + GH^2$

$EH^2 = EG^2 - GH^2$

$EH^2 = \sqrt{5}^2 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2$

يعني أن :

$EH^2 = 5 - \frac{20}{9}$

$EH^2 = \frac{45}{9} - \frac{20}{9}$

$EH^2 = \frac{25}{9}$

$EH = \frac{5}{3}$

1

1

3. أحسب : $\cos(\hat{G}EF)$ و $\sin(\hat{G}EF)$ و $\tan(\hat{G}EF)$:

ب- حساب $\tan(\hat{G}EF)$

$$\tan(\hat{G}EF) = \frac{FG}{EG}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

ب- حساب $\sin(\hat{G}EF)$

$$\sin(\hat{G}EF) = \frac{FG}{EF}$$

$$= \frac{2}{3}$$

أ- حساب $\cos(\hat{G}EF)$

$$\cos(\hat{G}EF) = \frac{EG}{EF}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{3}$$

0,5
0,5 +
0,5

4. تبسط : $X = \cos(65^\circ)\sin(25^\circ) - \sin^2(25^\circ) + 1$; ; $Y = \tan^2(x)\cos^2(x) - 2 + \cos^2(x)$

نعلم أن : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

نعلم أن : $\cos(65^\circ) = \sin(25^\circ)$ (لأن $25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$)

إذن :

$$Y = \tan^2(x)\cos^2(x) - 2 + \cos^2(x)$$

$$= \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)}\cos^2(x) - 2 + \cos^2(x)$$

$$= \sin^2(x) - 2 + \cos^2(x)$$

$$= \sin^2(x) + \cos^2(x) - 2$$

$$= 1 - 2$$

$$= -1$$

إذن :

$$X = \cos(65^\circ)\sin(25^\circ) - \sin^2(25^\circ) + 1$$

$$= \sin(25^\circ)\sin(25^\circ) - \sin^2(25^\circ) + 1$$

$$= \sin^2(25^\circ) - \sin^2(25^\circ) + 1$$

$$= 1$$

1 + 0,5

التمرين الرابع : (4 نقط)

1. بين أن : $(IJ) \parallel (BC)$ و أن : $(IK) \parallel (BE)$.

• بما أن المثلث ABC محاط بدائرة قطرها الضلع [AB] أحد أضلاع المثلث ABC فإن المثلث ABC قائم الزاوية C .

وبالتالي فإن : $(IJ) \parallel (BC)$ يعني أن : $(BC) \perp (AC)$

وبما أن : $(IJ) \perp (AC)$

1

• بما أن المثلث ABE محاط بدائرة قطرها الضلع [AB] أحد أضلاع المثلث ABE فإن المثلث ABE قائم الزاوية E .

وبالتالي فإن : $(IK) \parallel (BE)$ يعني أن : $(BE) \perp (AE)$

وبما أن : $(IK) \perp (AE)$

2. برهن أن : $\frac{AJ}{AC} = \frac{AK}{AE} = \frac{1}{4}$.

• لدينا في المثلث ABC : $I \in [AB]$ و $J \in [AC]$ و $(BC) \parallel (IJ)$

$$\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB}$$

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة لدينا :

1

لأن O منتصف [AB] : $AB = 4AI$

$$\frac{AJ}{AB} = \frac{AI}{4 \times AI}$$

يعني أن

$$\frac{AJ}{AB} = \frac{1}{4}$$

(1)

$$\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB} = \frac{1}{4}$$

إذن

• لدينا في المثلث ABE : $I \in [AB]$ و $K \in [AE]$ و $(BE) \parallel (IK)$

$$\frac{AK}{AE} = \frac{AI}{AB}$$

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة لدينا :

يعني أن

$$(2) \quad \frac{AK}{AE} = \frac{AI}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{AJ}{AC} = \frac{AK}{AE} = \frac{1}{4} \quad \text{من النتيجتين (1) و (2) نستنتج أن :}$$

3. استنتج أن : $(KJ) \parallel (EC)$

$$\left. \begin{array}{l} J \in [AC] \\ I \in [AE] \end{array} \right\} \text{ لدينا في المثلث } AEC \text{ : و}$$

يعني أن النقط C و J و A توجد في نفس ترتيب النقط E و K و A بحيث : $\frac{AJ}{AC} = \frac{AK}{AE}$

وبالتالي حسب خاصية طاليس العكسية فإن $(KJ) \parallel (EC)$

4. تحديد قياس كل من الزاويتين : $\hat{B}O\hat{E}$ و $\hat{B}\hat{C}E$

• لدينا : الزاوية $B\hat{O}E$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطة $B\hat{A}E$

$$B\hat{O}E = 2 \times B\hat{A}E$$

إذن :

$$B\hat{O}E = 2 \times 26^\circ = 52^\circ$$

• لدينا الزاويتان $B\hat{A}E$ و $B\hat{C}E$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس

$$B\hat{C}E = B\hat{A}E = 55^\circ \quad \text{إذن :}$$