

من اقتراح : أذ سمير لخريسي

**تمرين 1 :**

$$A = \sqrt{2} \times \sqrt{4,5} = \sqrt{2 \times 4,5} = \sqrt{9} = 3$$

$$B = \sqrt{54} + \sqrt{600} - 5\sqrt{24} = \sqrt{9 \times 6} + \sqrt{100 \times 6} - 5\sqrt{4 \times 6} = 3\sqrt{6} + 10\sqrt{6} - 10\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times (\sqrt{6} - \sqrt{3})}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})} + \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{6 - 3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$D = 3 \times 10^{-6} \times 15 \times 10^{10} = 3 \times 15 \times 10^{-6} \times 10^{10} = 45 \times 10^4 = 4,5 \times 10^1 \times 10^4 = 4,5 \times 10^5$$

$$E = (2 + \sqrt{3})^2 - (1 - \sqrt{3})^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - (1^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2)$$

$$E = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - (1 - 2\sqrt{3} + 3) = 7 + 4\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} - 3 = 3 + 6\sqrt{3}$$

$$E = (2 + \sqrt{3})^2 - (1 - \sqrt{3})^2 = [(2 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3})][(2 + \sqrt{3}) - (1 - \sqrt{3})]$$

$$E = (2 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3}) = 3(1 + 2\sqrt{3})$$

**تمرين 2 :**

1 لدينا  $(4\sqrt{3})^2 = 16 \times 3 = 48$  و  $7^2 = 49$  ، بما أن :  $49 > 48$  فإن :  $7 > 4\sqrt{3}$

لدينا :  $\begin{cases} 1 \leq a \leq 3 \\ -6 \leq b \leq -2 \end{cases}$  منه :  $1 + (-6) \leq a + b \leq 3 + (-2)$  بالتالي :  $-5 \leq a + b \leq 1$

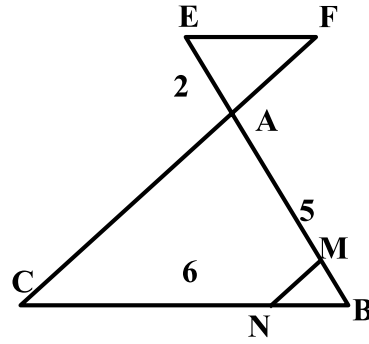
أ) لدينا :  $\begin{cases} 1 \leq a \leq 3 \\ -6 \leq b \leq -2 \end{cases}$  منه :  $1 + 2 \leq a + (-b) \leq 3 + 6$  بالتالي :  $3 \leq a - b \leq 9$

2 لدينا :  $\begin{cases} 1 \leq a \leq 3 \\ 2 \leq -b \leq 6 \end{cases}$  منه :  $1 \times 2 \leq a \times (-b) \leq 3 \times 6$  أي  $2 \leq -ab \leq 18$  بالتالي :  $-18 \leq ab \leq -2$

ب) لدينا :  $\begin{cases} 1 \leq a \leq 3 \\ 2 \leq -b \leq 6 \end{cases}$  منه :  $\begin{cases} 1 \leq a^2 \leq 9 \\ 4 \leq (-b)^2 \leq 36 \end{cases}$  وبما أن :  $(-b)^2 = (-b) \times (-b) = b^2$  فإن :  $\begin{cases} 1 \leq a^2 \leq 9 \\ 4 \leq b^2 \leq 36 \end{cases}$

منه :  $5 \leq a^2 + b^2 \leq 45$  منه :  $0 \leq a^2 + b^2 - 5 \leq 40$  بالتالي :  $0 \leq \frac{a^2 + b^2 - 5}{20} \leq 2$

تمرين 3 :



لدينا في المثلث  $ABC$  :  $E \in (AB)$  و  $F \in (AC)$  و  $(EF) \parallel (BC)$  إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة:  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$  منه:  $\frac{2}{5} = \frac{6}{BC}$  بالتالي:  $BC = \frac{5 \times 6}{2} = \frac{30}{2} = 15$

1

لدينا:  $\frac{BM}{BA} = \frac{1}{5} = 0,2$  و  $\frac{BN}{BC} = \frac{1,2}{6} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} = 0,2$  لدينا في المثلث  $ABC$  :  $M \in (AB)$  و  $N \in (BC)$  و  $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC}$  و للنقط  $M$  و  $B$  و  $A$  نفس ترتيب النقط  $B$  و  $N$  و  $C$  ، إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن:  $(MN) \parallel (AC)$

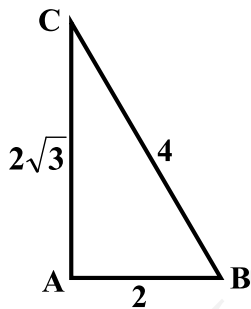
أ

2

لدينا في المثلث  $ABC$  :  $M \in (AB)$  و  $N \in (BC)$  و  $(MN) \parallel (AC)$  إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة:  $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$  منه:  $\frac{1}{5} = \frac{MN}{AC}$  بالتالي:  $AC = 5MN$

ب

تمرين 4 :



لدينا  $AB^2 = 2^2 = 4$  و  $AC^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$  و  $BC^2 = 4^2 = 16$  بما أن:  $4 + 12 = 16$  فإن:  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في النقطة  $A$

1

$$\tan(\hat{ABC}) = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\cos(\hat{ABC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(\hat{ABC}) = \frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

أ

2

نستنتج إذن أن:  $\hat{ABC} = 60^\circ$

ب

لدينا  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$  و نعلم أن:  $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$  إذن:  $(\sin \alpha)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2 = 1$

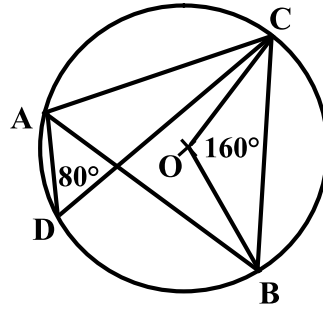
3

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} \text{ : بالتالي } (\sin \alpha)^2 = 1 - \frac{15}{16} = \frac{16}{16} - \frac{15}{16} = \frac{1}{16} \text{ منه: } (\sin \alpha)^2 + \frac{15}{16} = 1$$

$$K = (\cos 87^\circ)^2 + 4(\cos 60^\circ)^2 + \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} \times \tan 80^\circ K = (\cos 87^\circ)^2 + (\cos 3^\circ)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \tan 10^\circ \times \tan 80^\circ$$

4

$$K = (\cos 87^\circ)^2 + (\sin 87^\circ)^2 + 4 \times \frac{1}{4} + \tan 10^\circ \times \frac{1}{\tan 10^\circ} = 1 + 1 + 1 = 3$$



1 لدينا  $\hat{A}BC$  و  $\hat{A}DC$  زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس ، إذن :  $\hat{A}BC = \hat{A}DC$  أي :  $\hat{A}BC = 80^\circ$

2 لدينا  $\hat{B}AC$  زاوية محيطية مرتبطة بالزاوية المركزية  $\hat{B}OC$  ، إذن :  $\hat{B}AC = \frac{\hat{B}OC}{2} = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$

3 بما أن :  $\hat{A}BC = 80^\circ$  و  $\hat{B}AC = 80^\circ$  فإن :  $\hat{A}BC = \hat{B}AC$  ، إذن المثلث  $ABC$  متساوي الساقين في  $C$  بالتالي :  $AC = BC$