التصحيح

تمرين 1

1) لنبسط C

لدينا : $C = \frac{10^5 \times 4 \times (10^2)^{-4} \times 3^3}{(2\times 5)^6}$

$$C = \frac{10^5 \times 4 \times 10^{-8} \times 27}{(10)^6}$$

$$C = \frac{10^{5-8} \times 4 \times 27}{10^6}$$

$$C = \frac{10^{-3} \times 108}{10^6}$$

$$C = \frac{10^{-3}}{10^6} \times 108$$

$$C = 10^{-3-6} \times 108$$

إدن $C = 108 \times 10^{-9}$

2) لنكتب C كتابة علمية

لدينا $C = 108 \times 10^{-9}$

$$C = 108,0 \times 10^{-9}$$

$$C = 1,080 \times 10^2 \times 10^{-9}$$

إدن $C = 1,080 \times 10^{-7}$

تمرين 2

1) لننشر A

لدينا $A = (3x-1)(3x+1)$

$$A = (3x)^2 - 1^2$$

$$A=3^2x^2-1$$

إدن $A=9x^2-1$

2) لنعمل B

لدينا $B = 16x^2 - 5$

$$B = 4^2x^2 - \sqrt{5}^2$$

$$B = (4x)^2 - \sqrt{5}^2$$

إدن : $B = (4x-\sqrt{5})(4x+\sqrt{5})$

تمرين 3

- **لنحسب D**

لدينا $D = \sqrt{12} \times \sqrt{3}$

$$D = \sqrt{12 \times 3}$$
$$D = \sqrt{36}$$
$$D = \sqrt{6^2}$$

إذن **D = 6**

- **لنحسبE**

لدينا

$$E = \sqrt{2\sqrt{3} + 3} \times \sqrt{2\sqrt{3} - 3} \times \sqrt{3}$$
$$E = \sqrt{(2\sqrt{3} + 3) \times (2\sqrt{3} - 3) \times \sqrt{3}}$$

$$E = \sqrt{((2\sqrt{3})^2 - 3^2) \times \sqrt{3}}$$
$$E = \sqrt{(2^2\sqrt{3^2} - 3^2) \times \sqrt{3}}$$
$$E = \sqrt{(4 \times 3 - 3^2) \times \sqrt{3}}$$
$$E = \sqrt{(12 - 9) \times \sqrt{3}}$$

$$E = \sqrt{3} \times \sqrt{3}$$
$$E = \sqrt{3^2}$$

إذن ***E = 3***

- **لنحسب F**

لدينا

$$F = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$F = \frac{(2 - \sqrt{2}) \times (2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2}) \times (2 - \sqrt{2})} + \frac{(2 + \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2})}$$
$$F = \frac{(2 - \sqrt{2})^2}{(2^2 - \sqrt{2}^2)} + \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{(2^2 - \sqrt{2}^2)}$$

$$F = \frac{(2^2 - 4\sqrt{2} + 2)}{(4 - 2)} + \frac{(2^2 + 4\sqrt{2} + 2)}{(4 - 2)}$$

$$F = \frac{(4 - 4\sqrt{2} + 2)}{2} + \frac{(4 + 4\sqrt{2} + 2)}{2}$$

$$F = \frac{(6 - 4\sqrt{2}) + (6 + 4\sqrt{2})}{2}$$

$$F = \frac{6 - 4\sqrt{2} + 6 + 4\sqrt{2}}{2}$$

$$F = \frac{12}{2}$$

إذن $F = 6$

تمرين 4

أ. لنؤطر $3x + y$

لدينا $-3 \leq x \leq -4$ و $2 \leq y \leq 3$

إذن $-12 \leq 3x \leq -9$ و $2 \leq y \leq 3$

وبالتالي $-12 + 2 \leq 3x + y \leq -9 + 3$

إذن $-10 \leq 3x + y \leq -6$

ب. لنؤطر $x^2 + y^2$

لدينا $-3 \leq x \leq -4$ و $2 \leq y \leq 3$

إذن $3 \leq -x \leq 4$ و $2 \leq y \leq 3$

وبالتالي $3^2 \leq (-x)^2 \leq 4^2$ و $2^2 \leq y^2 \leq 3^2$

أي $9 \leq x^2 \leq 16$ و $4 \leq y^2 \leq 9$

إذن $9 + 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16 + 9$

وبالتالي $13 \leq x^2 + y^2 \leq 25$

ج. لنؤطر xy

لدينا

$-3 \leq x \leq -4$ و $2 \leq y \leq 3$

إذن $3 \leq -x \leq 4$ و $2 \leq y \leq 3$

وبالتالي $3 \times 2 \leq (-x) \times y \leq 4 \times 3$
أي $6 \leq -xy \leq 12$

إذن $6 \times (-1) \leq -xy \times (-1) \leq 12 \times (-1)$
أي $\mathbf{-12 \leq xy \leq -6}$

د. لنؤطر $\frac{1-y}{y-5}$

لدينا $2 \leq y \leq 3$
إذن $-3 \leq -y \leq -2$
وبالتالي $2 - 5 \leq y - 5 \leq 3 - 5$ و $-3 + 1 \leq -y + 1 \leq -2 + 1$
أي $-3 \leq y - 5 \leq -2$ و $-2 \leq 1 - y \leq -1$
إذن $\frac{1}{-2} \leq \frac{1}{y-5} \leq \frac{1}{-3}$ و $-2 \leq 1 - y \leq -1$
وبالتالي $\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{y-5} \leq \frac{1}{2}$ و $1 \leq -(1-y) \leq 2$
إذن
$1 \times \frac{1}{3} \leq -(1-y) \times \left(-\frac{1}{y-5}\right) \leq 2 \times \frac{1}{2}$
أي $1 \times \frac{1}{3} \leq \frac{1-y}{y-5} \leq 2 \times \frac{1}{2}$
إذن $\mathbf{\frac{1}{3} \leq \frac{1-y}{y-5} \leq 1}$

تمرين 5

1) لنبين أن المثلث ABC قائم الزاوية.
لدينا حسب المعطيات $AB = \sqrt{3}$ cm و AC = 2 cm و BC = 1cm
إذن $AB^2 = \sqrt{3^2} cm^2$ و $AC^2 = 2^2 cm^2$ و $BC^2 = 1^2 cm^2$
أي $AB^2 = 3cm^2$ و $AC^2 = 4cm^2$ و $BC^2 = 1cm^2$
وبما أن $4cm^2 = 3cm^2 + 1\ cm^2$
فإن $AC^2 = AB^2 + BC^2$
إذن حسب مبرهنة بيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في الرأس B

2) أ) لنستنتج حساب: $\sin \beta°$
لدينا حسب جواب السؤال الأول ABC مثلث قائم الزاوية في الرأس B
إذن $\widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 09°$
وبما أن $\widehat{BAC} = \alpha°$ و $\widehat{ACB} = \beta°$
فإن $\alpha° + \beta° = 90°$
إذن $sin\beta° = cos\alpha°$
و حيث $\cos \alpha° = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$ فإن $sin\beta° = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$ أي $\mathbf{sin\beta° = \frac{\sqrt{3}}{2}}$

ب) لنحسب $\sin \alpha°$ مستعملين: $\sin^2 \alpha° + \cos^2 \alpha° = 1$
لدينا $\alpha°$ قياس زاوية حادة (في المثلث ABC القائم الزاوية في الرأس B)
إذن $\sin^2 \alpha° + \cos^2 \alpha° = 1$ و $0 < \sin \propto ° < 1$

أي $\sin^2 \alpha° + \left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1}\right)^2 = 1$

$$\sin^2 \alpha° + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha° + \frac{3}{4} = 1$$

إذن

$$\sin^2 \alpha° = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

وبالتالي $\sin \propto ° = \sqrt{\frac{1}{4}}$ أو $\sin \propto ° = -\sqrt{\frac{1}{4}}$

وحيث $0 < \sin \propto ° < 1$ فإن $\sin \propto ° = \sqrt{\frac{1}{4}}$

أي $\sin \propto ° = \frac{1}{2}$

ج) * لنحسب $\tan \alpha°$

لدينا $\alpha°$ قياس زاوية حادة (في المثلث ABC القائم الزاوية في الرأس B)

إذن $\tan \propto ° = \frac{\sin \propto °}{\cos \propto °}$

أي $\tan \propto ° = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$$\tan \propto ° = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

إذن

$\tan \propto ° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

*** لنحسب $\tan \beta°$ مستعملين: المثلث ABC القائم الزاوية**

لدينا حسب جواب السؤال الأول ABC مثلث قائم الزاوية في الرأس B

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

و بما أن $\widehat{ACB} = \beta°$ فإن $\tan \beta° = \sqrt{3}$

تمرين 6

1) لنحسب AB

حسب المعطيات المترجمة في الشكل

لنعتبر MCD مثلث

B من [MC] و A من [MD] حيث (AB)//(CD) (لأن ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD])

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة نجد : $\frac{MB}{MC} = \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC}$

وبالأخص: $\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$ أي $\frac{MB}{MB+BC} = \frac{AB}{DC}$ (لأن B من [MC])

أي $\frac{2cm}{2cm+3cm} = \frac{AB}{4cm}$ (لأن CB =3cm وBM = 2 cm و DC = 4cm)

$$\frac{2cm}{5cm} = \frac{AB}{4cm}$$

إذن 5AB = 8

وبالتالي $AB = \frac{8}{5}$

أي **AB = 1,6cm**

2) لنبين أن (MD)//(BN)

حسب المعطيات المترجمة في الشكل

لنعتبر MCD مثلث

B من [MC] و A من [MD] هل $\frac{BC}{MC} = \frac{NC}{CD}$ ؟

لدينا $\frac{BC}{MC} = \frac{3}{5} = \frac{24}{40}$ و $\frac{NC}{CD} = \frac{2,4}{4} = \frac{24}{40}$

إذن $\frac{BC}{MC} = \frac{NC}{CD}$

وبالتالي حسب خاصية طاليس العكسية فإن **(MD)//(BN)**

3) لنبين أن المثلث ABN يقايس المثلث ADN

لدينا (MD)//(BN) (جواب السؤال الثاني)

(AB)//(DC) (لأن ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD])

إذن ABND متوازي أضلاع

وبالتالي AB = DN

AD = BN

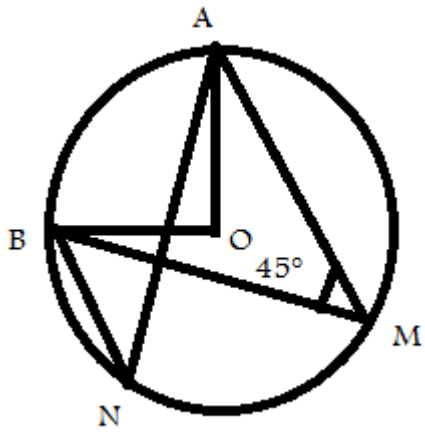
AN = AN

بالنسبة للمثلثين ABN وADN

وحسب إحدى حالات التقايس نجد **المثلثان ABN وADN متقايسان .**

تمرين 7

1) **الشكل الهندسي**



2) **لنحسب: $\widehat{ANB}$ مع التعليل**

حسب المعطيات المترجمة في الشكل

لدينا $\widehat{ANB}$ و $\widehat{AMB}$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس الصغيرة $\widehat{AB}$ من الدائرة

إذن $\widehat{ANB} = \widehat{AMB}$

وبما أن $\widehat{AMB} = 45°$

فإن $\widehat{ANB} = 45°$

3) **لنبين أن : (OB)عمودي على(OA)**

حسب المعطيات المترجمة في الشكل

لدينا **$\widehat{AOB}$ الزاوية المركزية المرتبطة بالزاوية المحيطية $\widehat{AMB}$**

إذن $\widehat{AOB} = 2\ \widehat{AMB} = 2 \times 45° = 90°$

وبالتالي $\widehat{AOB}$ زاوية قائمة

إذن (OB)عمودي على(OA)