

الأعداد الجذرية

1- تقديم ومقارنة الأعداد الجذرية

أ- العدد الجذري

تعريف

العدد الجذري هو خارج عدد صحيح نسبي على عدد صحيح نسبي غير منعدم

بتعبير آخر

يرمز لخارج العدد الصحيح النسبي a على العدد الصحيح النسبي الغير منعدم b بالرمز : $\frac{a}{b}$ حيث : a يسمى البسط و b يسمى المقام

مثال

الأعداد الآتية هي أعداد جذرية : $\frac{-2}{3}$ و $\frac{-5}{-4}$ و $\frac{23}{-7}$ و $\frac{11}{2}$

ملاحظة

كل عدد عشري نسبي هو عدد جذري

أمثلة

$$3,41 = \frac{341}{100} \quad \text{”} \quad 12 = \frac{12}{1} \quad \text{”} \quad -2,6 = \frac{-26}{10}$$

ب- إشارة عدد جذري

قاعدة

يكون عدد جذري $\frac{a}{b}$ موجبا إذا كان للعددين a و b نفس الإشارة .

يكون عدد جذري $\frac{a}{b}$ سالبا إذا كان للعددين a و b إشارتين مختلفتين.

مثال

$\frac{11}{3}$ و $\frac{-7}{-9}$ عددان جذريان موجبان

$\frac{3}{-5}$ و $\frac{-8}{5}$ عددان جذريان سالبان

ج- تساوي عددين جذريين

خاصية 1

عددين جذريين $\frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y}$

$$a \times y = b \times x \quad \text{يعني أن} \quad \frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$

مثال

لنقارن العددين الجذريين : $\frac{4}{-3}$ و $\frac{-8}{6}$

$$\left. \begin{array}{l} -8 \times (-3) = 24 \\ 6 \times 4 = 24 \end{array} \right\} \text{ لدينا :}$$

يعني أن $-8 \times (-3) = 6 \times 4$

$$\text{و منه فإن : } \frac{-8}{6} = \frac{4}{-3}$$

خاصية 2

عدد جذري و m و n عددين صحيحين نسبين غير منعدمين $\frac{a}{b}$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div m}{b \div m} \quad \text{''} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \times n}{b \times n}$$

أمثلة

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \times (-3)}{7 \times (-3)} = \frac{-6}{21}$$

2- العمليات على الأعداد الجذرية

أ- جمع وفرق عددين جذريين

قاعدة 1

لحساب مجموع (أو فرق) عددين جذريين لهما نفس المقام , نحسب مجموع (أو فرق) بسطيهما مع الاحتفاظ بالمقام المشترك.

أمثلة

$$\frac{11}{5} + \left(\frac{-7}{5} \right) = \frac{11 + (-7)}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{27}{9} - \frac{19}{9} = \frac{27 - 19}{9} = \frac{8}{9}$$

قاعدة 2

لحساب مجموع (أو فرق) عددين جذريين مقام أحدهما مضاعف لمقام الآخر, نقوم بتوحيد مقاميها ثم نحسب مجموعهما (أو فرقهما) حسب القاعدة 1 السابقة.

أمثلة

$$\left(\frac{-5}{7} \right) + \frac{11}{21} = \left(\frac{-15}{21} \right) + \frac{11}{21} = \frac{(-15) + 11}{21} = \frac{-4}{21}$$

$$\left(\frac{-13}{3} \right) - \frac{7}{9} = \left(\frac{-39}{9} \right) - \frac{7}{9} = \frac{(-39) - 7}{9} = \frac{-46}{9}$$

قاعدة 3

عدنان جذريان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad - bc}{bd}$$

أمثلة

$$\frac{3}{5} + \left(\frac{-4}{3} \right) = \frac{3 \times 3 + (-4) \times 5}{5 \times 3} = \frac{9 + (-20)}{15} = \frac{-11}{15}$$

$$\left(\frac{-13}{3} \right) - \frac{7}{2} = \frac{(-13) \times 2 - 7 \times 3}{3 \times 2} = \frac{(-26) - 21}{6} = \frac{-47}{6}$$

ب- جداء عددين جذريين

قاعدة

جداء عددين جذريين هو عدد جذري مقامه هو جداء المقامين وبسطه هو جداء البسطين.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

أمثلة

$$\frac{11}{5} \times \left(\frac{-7}{2} \right) = \frac{11 \times (-7)}{5 \times 2} = \frac{-77}{10}$$

$$\left(\frac{-13}{22} \right) \times (-9) = \frac{13 \times 9}{22 \times 1} = \frac{117}{22}$$

$$1,5 \times \frac{3}{7} = \frac{15}{10} \times \frac{3}{7} = \frac{15 \times 3}{10 \times 7} = \frac{45}{70}$$

ج- خارج عددين جذريين

تعريف

a عدد جذري غير منعدم .

نرمز له بالرمز a^{-1} ونكتب : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ مقلوب العدد a هو العدد $\frac{1}{a}$

مثال

$$\left(\frac{4}{9} \right)^{-1} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4} \quad \text{هو} \quad \frac{4}{9} \quad \text{مقلوب العدد الجذري}$$

خاصية

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عدنان جذريان بحيث : $\frac{c}{d} \neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

مثال

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{5 \times 7} = \frac{6}{35}$$

3- القوى

أ- قوة عدد جذري

تعريف

إذا كان x عددا جذريا و n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم فإن :

$$x^n = \underbrace{x \times x \times x \times x \times x \times \dots \times x}_n$$

n مرة

أمثلة

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 ; (-4)^5 ; \left(\frac{12}{5}\right)^2$$

ملاحظة

n عدد صحيح طبيعي و a عدد جذري غير منعدم

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

أمثلة

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$15^{-2} = \frac{15}{15^2}$$

ب- إشارة عدد جذري

قاعدة

تكون إشارة قوة عدد جذري سالبة إذا كان الأساس سالبا و الأس فرديا، وتكون موجبة في جميع الحالات الأخرى

أمثلة

إشارة هذه القوة $(-3)^8$ موجبة

إشارة هذه القوة $(-5.7)^5$ سالبة

ج- خصائص القوى

a و b عدنان جذريان غير منعدمين .

m و n عدنان صحيحان نسبيا .

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

أمثلة

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{11} \left(-\frac{2}{3}\right)^{53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{11+53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{64}$$

$$\left(\frac{-5}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{3} \times \frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{6}\right)^4$$

$$\frac{\left(\frac{2}{7}\right)^6}{\left(\frac{3}{5}\right)^6} = \left(\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}\right)^6 = \left(\frac{2}{7} \times \frac{5}{3}\right)^6 = \left(\frac{10}{21}\right)^6$$

$$\frac{22^5}{22^{12}} = 22^{5-12} = 22^{-7} = \frac{1}{22^7}$$

$$\left[\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^{-3} = \left(\frac{5}{7}\right)^{5 \times (-3)} = \left(\frac{5}{7}\right)^{-15} = \left(\frac{7}{5}\right)^{15}$$

د- قوى العدد 10

قاعدة

n عدد صحيح طبيعي

$$10^n = 1000\dots\dots\dots 0$$

n من الاصفار

$$10^{-n} = 0,000\dots\dots\dots 01$$

n من الاصفار

أمثلة

$$10^5 = 100000$$

$$10^{-5} = 0,00001$$

ت-الكتابة العلمية

تعريف

- الكتابة العلمية لعدد عشري موجب هي كتابته على شكل:

$a \times 10^n$ حيث: n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري حيث :

$$1 \leq a < 10$$

- الكتابة العلمية لعدد عشري نسبي سالب هي كتابته على شكل:

$-a \times 10^n$ حيث n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري بحيث :

$$1 \leq a < 10$$

أمثلة

$$2650000 = 2,65 \times 10^6$$

$$-2650000 = -2,65 \times 10^6$$

$$0,00026 = 2,6 \times 10^{-4}$$