

الترتيب والعمليات

1- مقارنة عددين جذريين

خاصية

لمقارنة عددين جذريين a و b نحدد إشارة فرقهما
 إذا كان $a - b \geq 0$ فإن $a \geq b$
 إذا كان $a - b \leq 0$ فإن $a \leq b$

مثال

لنقارن العددين 9 و $\frac{3}{7}$
 لدينا :

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} - 9 &= \frac{3}{7} - \frac{63}{7} \\ &= \frac{-60}{7} \end{aligned}$$

إذن : $\left(\frac{3}{7} - 9\right) \leq 0$ و منه فإن $\frac{3}{7} \leq 9$

2- الترتيب والعمليات

أ- الترتيب والجمع

خاصية

m و k و b و a أعداد جذرية
 إذا كان $a \leq b$ فإن $a + k \leq b + k$
 إذا كان $a \leq b$ فإن $a - k \leq b - k$

مثال

a و b عددان جذريان بحيث $a + 4 \leq b$
 لنبين أن $a + 1 \leq b - 3$
 لدينا : $a + 4 \leq b$ يعني أن $a + 4 - 3 \leq b - 3$
 أي $a + 1 \leq b - 3$

خاصية

d و c و b و a أعداد جذرية .
 إذا كان $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array} \right\}$ و فإن $a + c \leq b + d$

مثال

و $a+3 \leq 3$ و a و b عدداً جذريان بحيث :

$$b+4 \leq \frac{5}{7}$$

$$b+a+7 \leq \frac{26}{7} \quad \text{بين أن :}$$

$$\left. \begin{array}{l} b+4 \leq \frac{5}{7} \\ a+3 \leq 3 \end{array} \right\} \text{و} \quad \text{إذن :} \quad (b+4)+(a+3) \leq \frac{5}{7}+3 \quad \text{نعلم أن :}$$

$$b+a+7 \leq \frac{26}{7} \quad \text{ومنه فإن :}$$

ب-الترتيب والضرب

خاصية

a و k و b أعداد جزرية

$$1/ \text{ إذا كان } \left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \geq 0 \end{array} \right\} \text{ فإن } a \times k \leq b \times k$$

$$2/ \text{ إذا كان } \left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \leq 0 \end{array} \right\} \text{ فإن } a \times k \geq b \times k$$

مثال

a و b عدداً جذريان بحيث : $b \geq 4$ و $a \geq \frac{4}{3}$

لنستنتج $-2b$ و $3a$

$$\left. \begin{array}{l} a \geq \frac{4}{3} \\ 3 \geq 0 \end{array} \right\} \text{و} \quad \text{إذن : } 3a \geq 4 \quad \text{لدينا :} \quad a \times 3 \geq \frac{4}{3} \times 3 \quad \text{أي :}$$

$$\left. \begin{array}{l} b \geq 4 \\ -2 \leq 0 \end{array} \right\} \text{و} \quad \text{إذن : } -2b \leq -8 \quad \text{ولدينا :} \quad b \times (-2) \leq 4 \times (-2) \quad \text{أي :}$$

3- التآطير

خاصية 1

a و t و z و y و x و b أعداد جزرية بحيث :

$$x \leq a \leq y \quad \text{و} \quad z \leq b \leq t$$

$$x+z \leq a+b \leq y+t$$

مثال

$$x \text{ و } y \text{ عددان جذريان بحيث : } -4 \leq y \leq \frac{-3}{2} \text{ و } 1 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

لنؤطر: $x + y$

$$\text{لدينا : } -4 \leq y \leq \frac{-3}{2} \text{ و } 1 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{يعني أن : } 1 + (-4) \leq x + y \leq \frac{5}{2} + \left(\frac{-3}{2}\right)$$

$$\text{أي : } -3 \leq x + y \leq 1$$

خاصية 2

$$\text{و } a \text{ و } y \text{ و } x \text{ أعداد جذرية بحيث : } x \leq a \leq y$$

$$-y \leq -a \leq -x$$

مثال

$$x \text{ عدد جذري بحيث : } 1 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{لنؤطر } -x \text{ : } -\frac{5}{2} \leq -x \leq -1$$

خاصية 3

$$\text{و } a \text{ و } t \text{ و } z \text{ و } y \text{ و } x \text{ و } b \text{ أعداد جذرية بحيث :}$$

$$x \leq a \leq y \text{ و } z \leq b \leq t$$

$$x - t \leq a - b \leq y - z$$

مثال

$$x \text{ و } y \text{ عددان جذريان بحيث : } -4 \leq y \leq \frac{-3}{2} \text{ و } 1 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

لنؤطر: $y - x$

$$\text{لدينا : } 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \text{ إذن : } -\frac{5}{2} \leq -x \leq -1$$

$$\text{يعني أن : } (-4) + \left(\frac{-5}{2}\right) \leq y + (-x) \leq \left(\frac{-3}{2}\right) + (-1)$$

$$-\frac{13}{2} \leq y - x \leq \left(\frac{-5}{2}\right)$$