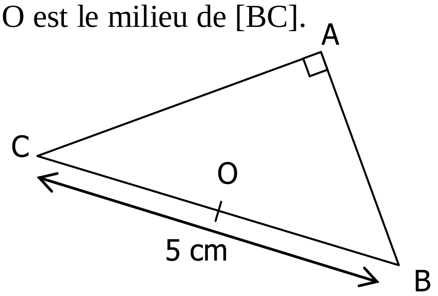
CORRIGE – M. QUET

EXERCICE 1

ABC est un triangle rectangle en A, tel que BC = 5 cm. O est le milieu de [BC].



a. Quel est le centre du cercle circonscrit à ce triangle (citer la propriété) ?

PUISQUE le triangle ABC est rectangle en A

ALORS le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse [BC].

b. En déduire l'égalité de 3 longueurs :

OA = OB = OC

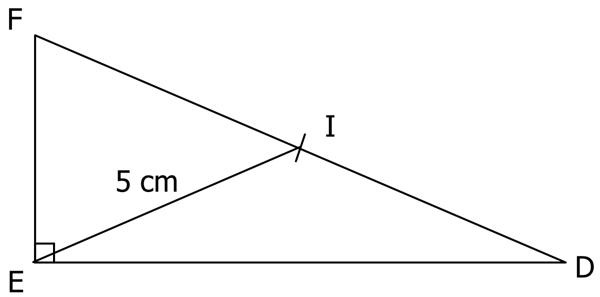
c. Combien mesure le segment [AO] ? Expliquer.

Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de celle de l'hypoténuse.

Donc : $OA = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 5 = 2{,}5\,\text{cm}$.

EXERCICE 2

DEF est un triangle rectangle en E. Le point I est le milieu de l'hypoténuse. La médiane [EI] mesure 5 cm.



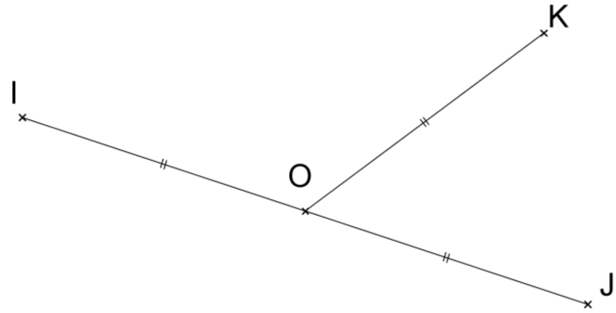
Combien mesure l'hypoténuse ? Expliquer.

Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de celle de l'hypoténuse.

Donc : $DF = 2 \times IE = 2 \times 5 = 10\,\text{cm}$.

EXERCICE 3

O milieu de [IJ] et K est tel que OK= OJ.
Montrons que le triangle IJK est rectangle en K.



a. Placer les points O et K.

b. Pourquoi les points I, J et K appartiennent-ils au même cercle ?

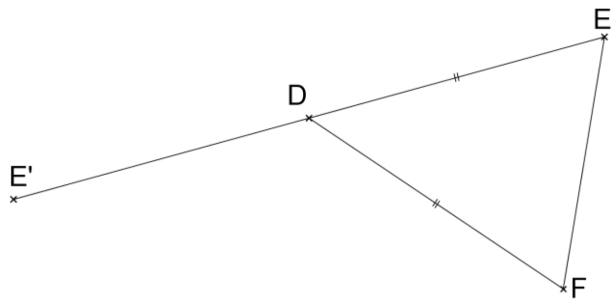
OI = OJ = OK donc les segments [OI], [OJ] et [OK] sont trois rayons d'un cercle de centre O passant par I.

c. Citer la caractérisation d'un triangle rectangle appliquée à cet énoncé.

PUISQUE K appartient au cercle de diamètre [IJ]
ALORS le triangle IJK est rectangle en K.

EXERCICE 4

DEF est un triangle isocèle en D. E' est le symétrique de E par rapport D.



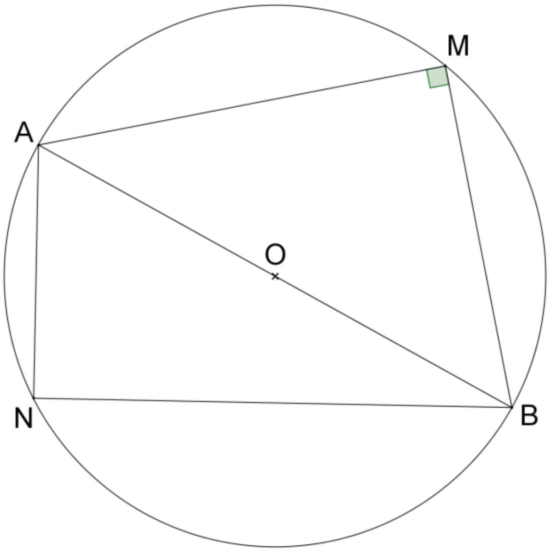
On sait que E' est le symétrique de E par rapport D.
Propriété : Dans une symétrie centrale, le centre de symétrie est le milieu du segment par par un point et son symétrique.
Donc les points E, D et E' sont alignés et DE = DE'.

On sait que la médiane [DF] relative au côté [EE'] mesure la moitié de ce côté.
Propriété : Dans un triangle, si la médiane relative à un côté mesure la moitié de la longueur de ce côté, ce triangle est rectangle.
Donc le triangle EFE' est rectangle en F.

EXERCICE 5

(C) est un cercle de centre O. A et M sont deux points de (C) non diamétralement opposés.
La perpendiculaire en M à (AM) recoupe (C) en B.

a. Faire une figure.



b. Démontrer que O est le milieu de [AB].

On sait que le cercle de centre O est le cercle circonscrit du triangle ABM rectangle en M.
Propriété : Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.
Donc O est le milieu de l'hypoténuse [AB].

N est un autre point du cercle (C).

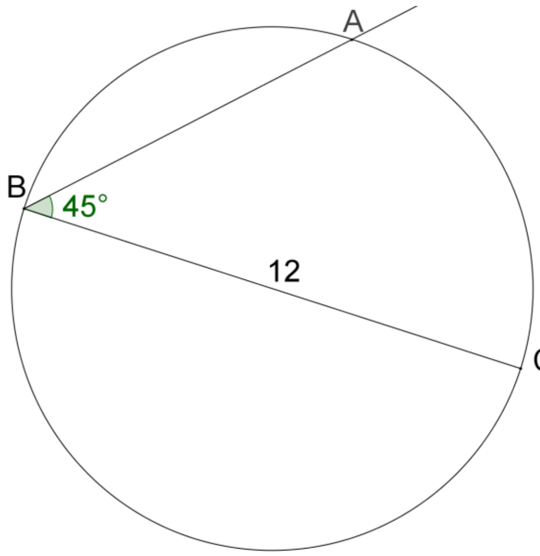
c. Démontrer que ANB est un triangle rectangle.

On sait que le cercle de diamètre [AB] est le cercle circonscrit du triangle ABN.
Propriété : Si un côté d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit, ce triangle est rectangle et ce diamètre est son hypoténuse.
Donc le triangle ABN est rectangle en N.

EXERCICE 6

Sans utiliser l'équerre, construire un triangle ABC rectangle en A tel que BC = 12 cm et $\widehat{ABC} = 45°$.

On trace d'abord un cercle de 12 cm de diamètre.
On mesure un angle de 45° et l'on trace la demi-droite [BA) obtenue en prenant le point d'intersection avec le cercle tracé.

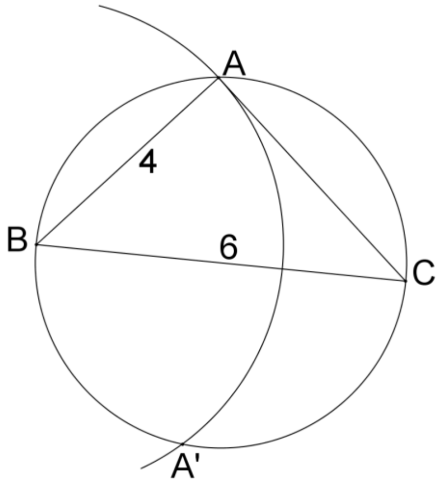


EXERCICE 7

a. Tracer un segment [BC] de longueur 6 cm.

b. En utilisant la règle graduée et le compas, marquer un point A tel que le triangle ABC soit rectangle en A et tel que AB = 4 cm.

On trace d'abord un segment [BC] de 6 cm de longueur.
On trace ensuite un cercle de diamètre [BC].
On prend le compas avec un écartement de 4 cm, on plante le compas au point B et on trace un arc de cercle pour obtenir deux intersections avec le premier cercle.



c. Y a-t-il plusieurs emplacements possibles pour le point A ?
Oui : A et A'.