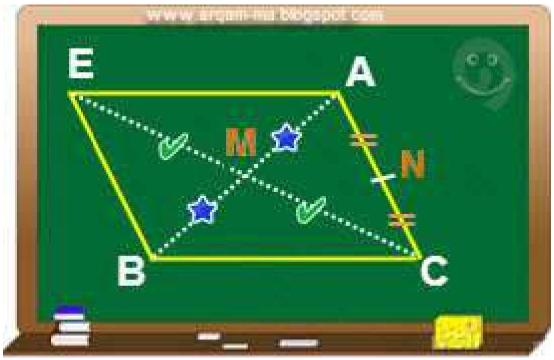
تمارين محلولة حول متوازي الأضلاع

التمرين 1:

ABC مثلث . M و N منتصفا [AB] و[AC] على التوالي.
E هي نظيرة النقطة C بالنسبة ل M . المستقيم (MN) يقطع (EB) في النقطة I.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن ACBE متوازي الأضلاع
3. إستنتج أن (AC) يوازي (EB)
4. برهن أن I نظيرة N بالنسبة للنقطة M.
5. برهن أن CNIB متوازي الأضلاع
6. إستنتج أن (MN) يوازي (BC).

حل التمرين:



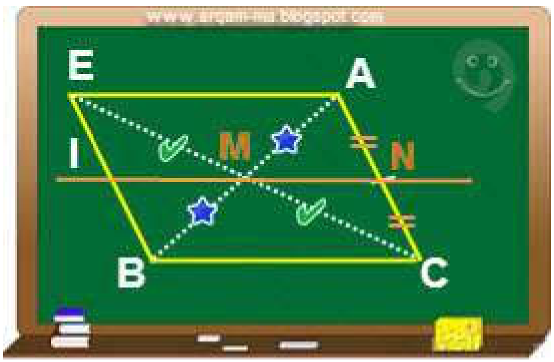
1 - نبرهن أن ACBE متوازي الأضلاع :

لدينا E نظيرة C بالنسبة الى M إذن : M هو منتصف القطعة [EC]..................1
لدينا حسب المعطيات : M هو منتصف القطعة [AB].................. 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن: ACBE متوازي الأضلاع

2 - نبين أن (EB) يوازي (AC) :

بمأن ACBE متوازي الأضلاع إذن كل ضلعين متقابلين فيه يكونان متوازيان
و منه فإن (AC) يوازي (EB)

3 - نبرهن أن I مماثلة N بالنسبة ل M :

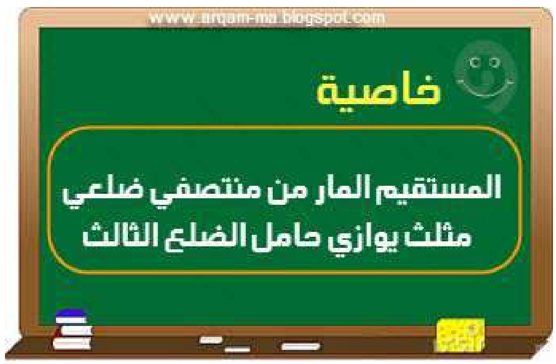


لدينا المستقيم (AC) يوازي (EB) و A وBمتناظرتين بالنسبة للنقطة M

إذن نظير المستقيم (AC) بالنسبة ل M هو المستقيم (BE).
نظير المستقيم (IN) بالنسبة ل M هو نفسه
(AC) و (IN) يتقاطعان في N. و (EB) و (IN) يتقاطعان في I
إذنI هي نظيرة N بالنسبة ل M.

4 - نبرهن أن CNIB متوازي الأضلاع :
لدينا حسب السؤال السابق I نظيرةN بالنسبة ل M إذن : M هو منتصف القطعة [NI]
و لدينا حسب المعطيات : M هو منتصف القطعة [AB]، نستنتج أن : ANBI متوازي الأضلاع
أي أن IB=AN 1
بمأن N منتصف [AC] فإن : NC=AN 2
من لال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : IB=NC
IB = NC و (IB) يوازي (NC) تعني أن CNIB متوازي الأضلاع
5 - نبين أن (MN) يوازي (BC) :

بمأن CNIB متوازي الأضلاع إذن كل ضلعين متقابلين فيه يكونان متوازيان
و منه فإن(MN) يوازي(BC)

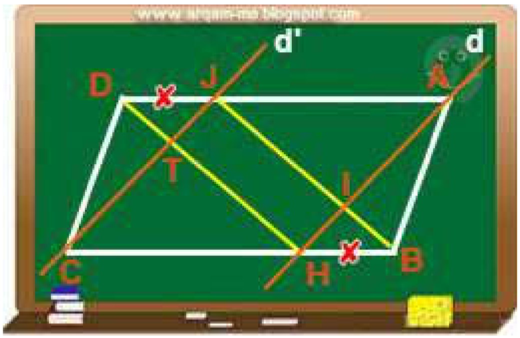


التمرين 2:

ACBD متوازي الأضلاع.
J نقطة من [AD] و H نقطة من [CB] حيث أن : HB = DJ
المستقيم (d) المار من A و H يقطع (JB) في I.
المستقيم (d') المار من J و C يقطع (DH) في T.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن AHCJ متوازي الأضلاع
3. بين أن JBHD متوازي الأضلاع
4. أثبت أن : JT = IH

حل التمرين :



2- إثبات أن الرباعي AHCJ متوازي أضلاع :

لدينا J نقطة من (AD) و H نقطة من (CB) فإن (HC)//(AJ)............ (1)

DA = CB تعني أن: HB +HC =AJ + DJ تعني أن:HC=AJ .... (2)

من 1 و 2 حسب خاصية ضلعان متقابلان متقايسان وحاملاهما متوازيان فإن:AHCJ متوازي أضلاع.

3- إثبات أن الرباعي JBHD متوازي أضلاع:

لدينا J نقطة من(AD) و H نقطة من (CB)فإن (DJ)//(HB)............ (1)

حسب المعطيات لدينا : HB = DJ............(2)

من 1 و 2 حسب خاصية ضلعان متقابلان متقايسان وحاملاهما متوازيان فإن متوازي أضلاع

4- لإثبات أن IH = JT يكفي إثبات أن JTHI متوازي أضلاع:

لدينا I نقطة(BJ)من و T نقطة من (DH)إذن: (IJ)//(TH)........... (1)

لدينا I نقطة من(AH) و T (JC)نقطة من إذن: (JT)//(IH)........... (2)

من 1 و 2 حسب خاصية كل ضلعان متقابلان متوازيان فإن الرباعي JTHI متوازي أضلاع

ومنه فإن : IH = JT .

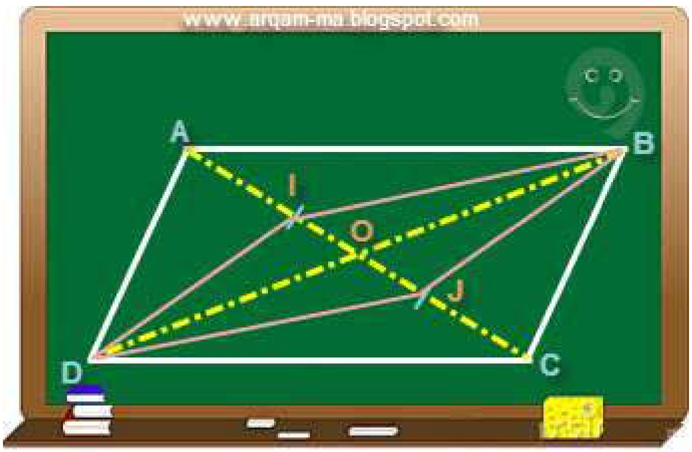
التمرين 3:

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O.

على القطعة [AC]، أنشئ النقطتين I و J بحيث يكون AI = IJ = CJ

1. برهن أن O منتصف [IJ]
2. بين أن الرباعي DIBJ متوازي الأضلاع

حل التمرين :



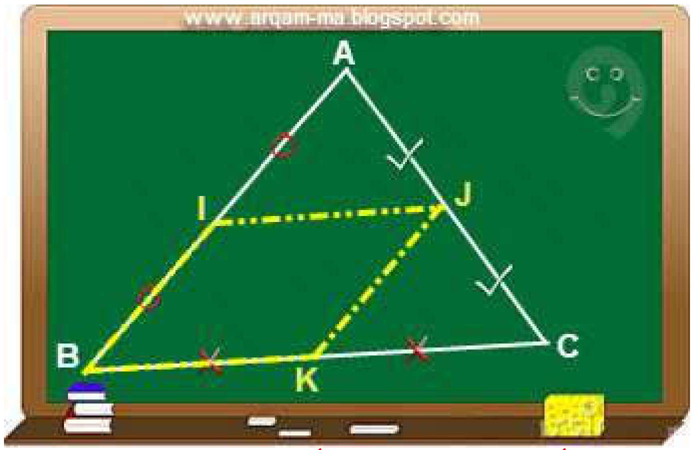
1 - نبرهن أن O منتصف: [IJ]
لدينا ABCD متوازي الأضلاع مركزه O إذن O : هو منتصف القطعتين [AC] و [BD]
ومنه فإن AO=OC : إذن : AI+IO=OJ+JC
بمأن : AI = CJ : فإن : IO=OJ
النقط I و O و J على استقامة واحدة إذن O : هو منتصف[IJ]
2 - نبين أن DIBJ متوازي الأضلاع:
لدينا ABCD متوازي الأضلاع إذن : O منتصف [BD] :
و لدينا حسب السؤال السابق : O منتصف[IJ]
و بالتالي الضلعان لهما نفس المنتصف
أي أن : DIBJ متوازي الأضلاع .

التمرين4 :

ABC مثلث
I و J و K منتصفات [AB] و [AC] و [BC] على التوالي.

1. أنشئ الشكل
2. بين أن IJKB متوازي الأضلاع
3. بين أن : IJ = 1/2 BC

حل التمرين



-2 نبرهن أن IJKB متوازي الأضلاع :
لدينا I منتصف [AB] و J منتصف [AC]
إذن : (IJ) يوازي (BC).
بمأن K تنتمي إلى (BC) نستنتج أن : (IJ) يوازي (BC). .... علاقة 1
لدينا منتصف [AC] وI منتصف [BC]
إذن : (JK) يوازي (AB).بمأنI تنتمي إلى (AB)
نستنتج أن : (JK) يوازي (BI)....... علاقة 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : IJKB متوازي أضلاع

3 - نبين أن : IJ = 1/2 BC
لدينا IJKB متوازي الأضلاع إذن : BK = IJ..........علاقة 1
لدينا K منتصف [BC] إذن : BK= 2/1 BC..........علاقة 2
من خلال العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : IJ = 1/2 BC

التمرين5 :

[AB] قطعة منتصفها I

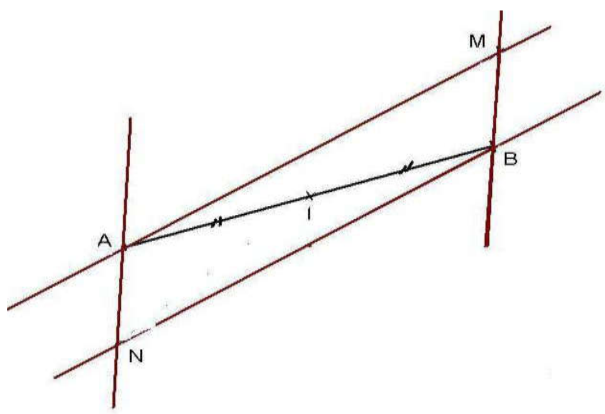
Mنقطة لاتنتمي الى (AB)

(D)مستقيم يمر من A ويوازي (MB)و (Δ)مستقيم يمر من Bويوازي (MA)

(D)و(Δ)يتقاطعان في نقطة N

1. أنجز شكلا مناسبا
2. بين أن Iمنتصف [MN]

حل التمرين



في المضلع AMBNكل ضلعين متقابلين حاملاهما متوازيان

إذن حسب تعريف متوازي الاظلاع فإن AMBN متوازي الاظلاع

[AB]قطر و Iمنتصفه . وحسب الخاصية " قطرا متوازي الاظلاع لهما نفس المنتصف " فإن : Iمنتصف [MN]

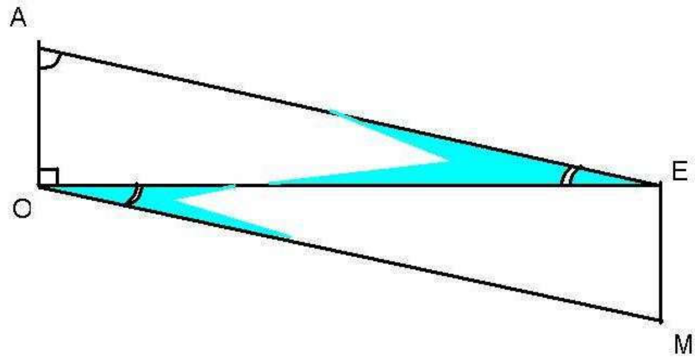
التمرين6 :

AOE مثلث قائم الزاوية في O حيث $O\hat{A}E = 73$

M نقطة من المستوى تحقق AOME متوازي الاضلاع

1. نجز شكلا مناسبا
2. أحسب قياس $E\hat{O}M$

حل التمرين



بما أن NEMO متوازي الاظلاع إذن (AE)//(OM)

بما أن (OE)قاطع لهما فهو يحدد عليهما زاويتين متبادلتين داخليا متقايستان

إذن

AÊO=EÔM

لدينا كذلك AOE مثلث قائم الزاوية في O إذن :

AÊO = 90 – 73

= 17°

وبالتالي EôM = 17°