

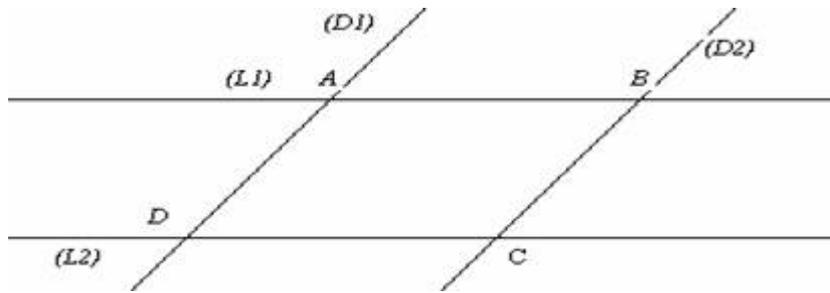
متوازي الأضلاع

متوازي الأضلاع :

(1) - مثال :

(D₁) و (D₂) مستقيمان متوازيان .

(L₁) و (L₂) مستقيمان متوازيان يقطعان (D₁) و (D₂) على التوالي في : A و B و C و D



نسمي الرباعي ABCD متوازي الأضلاع

(2) - تعريف :

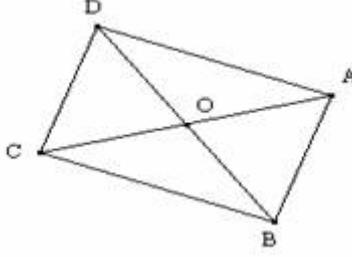
متوازي الأضلاع هو رباعي حاملا كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين

خصائص :

(1) - خاصية القطريين :

(أ) - الخاصية المباشرة :

ABCD متوازي الأضلاع قطراه يتقاطعان في O .



نلاحظ أن O منتصف القطريين $[AC]$ و $[BD]$.

نقول إذن :

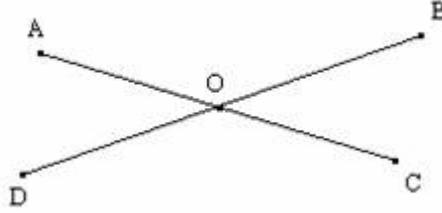
إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن لقطريه نفس المنتصف

*** ملاحظة هامة :** نسمي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع مركزه .

(ب) - الخاصية العكسية :

A و B و C و D نقط بحيث $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف O و حاملهما

غير متعامدين :



لنبرهن أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .

من أجل هذا سنبرهن أن (AB) يوازي (CD) و أن (AD) يوازي (BC) :

نعلم أن O منتصف $[AC]$ و $[BD]$ إذن :

A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O .

B و D متماثلتين بالنسبة للنقطة O .

إذن : المستقيمين (AB) و (CD) متماثلين بالنسبة للنقطة O و كذلك المستقيمين

(AD) و (BC) .

و منه فإن $(AB) // (CD)$ و $(AD) // (BC)$

و بالتالي فإن $ABCD$ متوازي الأضلاع (حسب التعريف) مركزه النقطة O .

نقول إذن :

إذا كان رباعي قطراه لهما نفس المنتصف فإنه يكون متوازي الأضلاع

*** تمرين تطبيقي :**

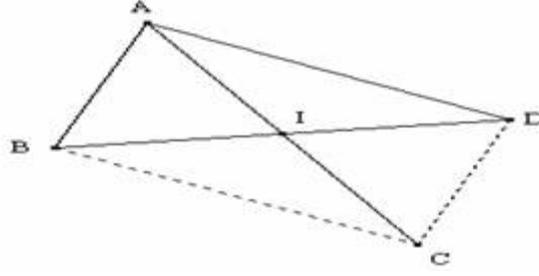
ABC مثلث و I منتصف [AC] .

(1) – أنشئ D مماثلة B بالنسبة للنقطة I .

(2) – أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

الحل :

(1) – الشكل :



(2) – لنثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع :

نعلم أن :

I منتصف [AC] . (1)

و لدينا D مماثلة B بالنسبة للنقطة I .

إذن : I منتصف [BD] . (2)

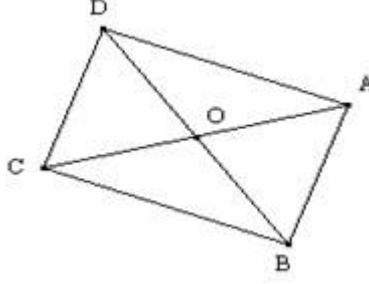
من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع . (حسب الخاصية العكسية للقطرين) .

2 – خاصية الأضلاع المتقابلة :

(أ) - الخاصية المباشرة :

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

لنبين : $AB = CD$ و $AD = BC$



نعلم أن O مركز متوازي الأضلاع ABCD .

إذن O منتصف القطرين [AC] و [BD] .

ومنه نستنتج أن : A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O وكذلك B و D .

وبالتالي فإن : $AB = CD$ و $AD = BC$ (حسب خاصية الحفاظ على المسافة بين نقطتين) .

نقول إذن :

إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان

(ب) - الخاصية العكسية :

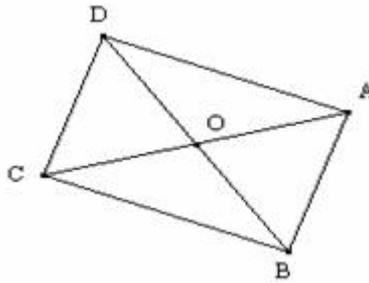
إذا كان لرباعي كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان فإنه يكون متوازي الأضلاع

(3) - خاصية الزوايا المتقابلة :

(أ) - الخاصية المباشرة :

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

لنبين أن $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ و أن $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$.



نعلم أن ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

إذن : O منتصف القطرين [AC] و [BD] .

و منه فإن : A و C متماثلتين بالنسبة للنقطة O و كذلك B و D .

إذن الزاويتان \widehat{ABC} و \widehat{ADC} متماثلتان بالنسبة للنقطة O

و كذلك الزاويتين \widehat{BAD} و \widehat{BCD}

و بالتالي فإن : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ و $\widehat{BCD} = \widehat{BAD}$

نقول إذن :

إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متقايستان

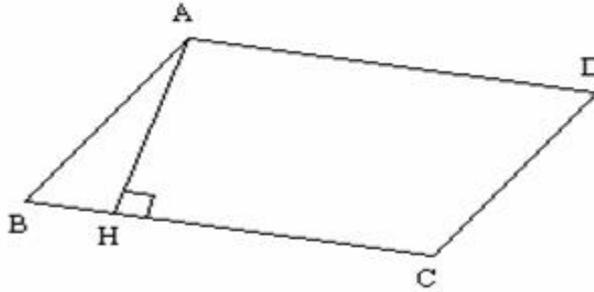
(ب) - الخاصية العكسية :

إذا كان لرباعي كل زاويتين متقابلتين فيه متقايستان فإنه يكون متوازي الأضلاع

4 - ارتفاع متوازي الأضلاع :

ABCD متوازي الأضلاع و H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم

(CD) .



نسمي AH ارتفاع متوازي الأضلاع ABCD .

(5) - خاصية إضافية :

إذا كان لرباعي ضلعان متقابلان و حاملهما متوازيين فإنه يكون متوازي الأضلاع